Exercice 1. Différentes écriture.

Placer dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{u}\,;\vec{v})$ et compléter le tableau suivant en écrivant les diverses formes des nombre complexes suivants :

Nom du point	Coordonnées	Affixe	Module	Argument	Notation Expo
M_0	$(1\,;1)$				
M_1		$z_1 = \sqrt{3} + 3\imath$			
M_2			2	$\frac{\pi}{4}$	
M_3					$-\mathrm{e}^{\imath\pi}$
M_4		$z_4 = -\sqrt{3} + \imath$			
M_5	$(3\,;\,-4)$				
M_6		$z_6 = 4 - 4\imath$			
M_7					$\sqrt{2}\mathrm{e}^{-\imath\frac{\pi}{4}}$

Exercice 2. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct d'origine O.

1. Une solution de l'équation $2z + \bar{z} = 9 + \imath$ est :
   a. 3 b. $\imath$ c. $3 + \imath$
2. Soit z un nombre complexe ; $|z+i|$ est égal à :
   a. $|z| + 1$ b. $|z - 1|$ c. $|\imath\bar{z} + 1|$
3. Soit z un nombre complexe non nul d'argument θ. Un argument de $\frac{-1+i\sqrt{3}}{\bar{z}}$ est :
   a. $-\frac{\pi}{3} + \theta$ b. $\frac{2\pi}{3} + \theta$ c. $\frac{2\pi}{3} - \theta$
4. Soient A et B deux points d'affixe respective i et -1. l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant $|z - \imath| = |z + 1|$ est :
   a. La droite (AB)
   b. Le cercle de diamètre $[AB]$
   c. La droite perpendiculaire à (AB) passant par O.
5. Soit le point A d'affixe $1-i$.
   L'ensemble des points M d'affixe $z = x + iy$ vérifiant $|z - 1 + i| = |3 - 4i|$ a pour équation :
   a. $y = -x + 1$
   b. $(x - 1)^2 + y^2 = \sqrt{5}$
   c. $z = 1 - i + 5\mathrm{e}^{i\theta}$ avec θ réel.

6. Soient A et B les points d'affixes respectives 4 et $3i$. L'affixe du point C tel que le triangle ABC soit isocèle avec $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{2}$ est :
   a. $1-4i$
   b. $-3i$
   c. $7+4i$
7. L'ensemble des solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $\frac{z-2}{z-1} = z$ est :
   a. $\{1-i\}$
   b. L'ensemble vide
   c. $\{1-i\,;1+i\}$

Exercice 3. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O\,;\vec{u}\,;\vec{v}\,)$. On considère les points A et Ω d'affixes respectives : $a=-1+\sqrt{3}$ et $\omega=-1+2i$.

On appelle r la rotation de centre Ω et d'angle $\frac{2\pi}{3}$ et h l'homothétie de centre Ω et de rapport $-\frac{1}{2}$.

1. Placer sur une figure les points A et Ω, l'image B du point A par r, l'image C du point B par r et l'image D du point A par h.
2. On note b, c et d les affixes respectives des points B, C et D.

   Le tableau ci-dessous contient une suite de 18 affirmations, dont chacune débute dans la première colonne et s'achève sur la même ligne colonne 2, colonne 3 ou colonne 4.

   Le candidat doit se prononcer sur chacune de ces affirmations. Pour cela il doit remplir le tableau de la feuille annexe, en faisant figurer dans chacune des cases la mention VRAI ou FAUX (en toutes lettres).

1	$\lvert a-\omega\rvert=$	2	4	$\sqrt{3}-1$
2	$\arg(a-\omega)=$	$-\frac{5\pi}{6}$	$\frac{47\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$
3	$(\vec{v},\overrightarrow{\Omega C})=$	$\arg[(\omega-i)]$	$-(\vec{v},\overrightarrow{C\Omega})$	$\frac{2\pi}{3}$
4	$\omega=$	$\frac{1}{3}(a+b+c)$	$a+b+c$	$b-2i$
5	$\frac{b-d}{a-d}=$	$\frac{\sqrt{3}}{2}i$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}i$	$\frac{\sqrt{3}}{3}i$
6	Le point D est :	l'image de Ω par la translation de vecteur $\frac{1}{2}\overrightarrow{A\Omega}$.	l'image de Ω par l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{3}{2}$.	l'image de Ω par la rotation de centre B et d'angle $-\frac{\pi}{6}$.

Exercice 4. Dans le plan complexe P muni d'un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, d'unité 2cm, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives : $z_A = -i$, $z_B = 3$, $z_C = 2 + 3i$ et $z_D = -1 + 2i$.

1) Placer sur le plan les points A, B, C et D.

2)
   a. Interpréter géométriquement le module et l'argument du complexe $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_B}$.
   b. Calculer le complexe $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_B}$
   c. Que pouvez-vous conclure concernant les segments [AC] et [BC].

3)
   a. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?
   b. Calculer l'aire A_0 du quadrilatère ABCD ?

4)
   a. Placer sur la figure précédente les points A_1, B_1, C_1 et D_1 tels que $\overrightarrow{\mathrm{DA_1}} = \overrightarrow{\mathrm{A_1B_1}} = \overrightarrow{\mathrm{B_1C}}$ où les points A_1, et B_1 appartiennent à [DC], le quadrilatère $A_1B_1C_1D_1$ étant un carré situé à l'extérieur du quadrilatère ABCD.
   b. Tracer le carré $A_1B_1C_1D_1$ et déterminer son aire A_1.

5)
   a. On continue par le même procédé : un carré $A_nB_nC_nD_n$ étant déterminé, on considère les points $A_{n+1}, B_{n+1}, C_{n+1}$ et D_{n+1} tels que $\overrightarrow{\mathrm{D_nA_{n+1}}} = \overrightarrow{\mathrm{A_{n+1}B_{n+1}}} = \overrightarrow{\mathrm{B_{n+1}C_n}}$ où les points A_{n+1} et B_{n+1} appartiennent à $[D_nC_n]$ le quadrilatère $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}D_{n+1}$ étant un carré situé à l'extérieur du carré $A_nB_nC_nD_n$. Tracer $A_2B_2C_2D_2$.
   b. Soit A_n l'aire du carré $A_nB_nC_nD_n$. Exprimer A_{n+1} en fonction de A_n. En déduire A_n en fonction de n.
   c. Déterminer en fonction de n, l'aire S_n de la figure obtenue par la juxtaposition du quadrilatère ABCD et des carrés $A_1B_1C_1D_1$, $A_2B_2C_2D_2$ … et $A_nB_nC_nD_n$.
   d. La suite (S_n) est-elle convergente ? Préciser sa limite si elle existe.