

I. Approximation locale de la fonction exponentielle en 0.

Définition : On définit la fonction $t \mapsto \varepsilon(t)$ de sorte que $\varepsilon(t) \xrightarrow[t \rightarrow 0]{} 0$.

Définition : On appelle développement limité d'une fonction une fonction polynôme qui l'approche.

Exemple sur la fonction exponentielle :

Théorème : Le développement limité de la fonction exponentielle est donnée par la formule :

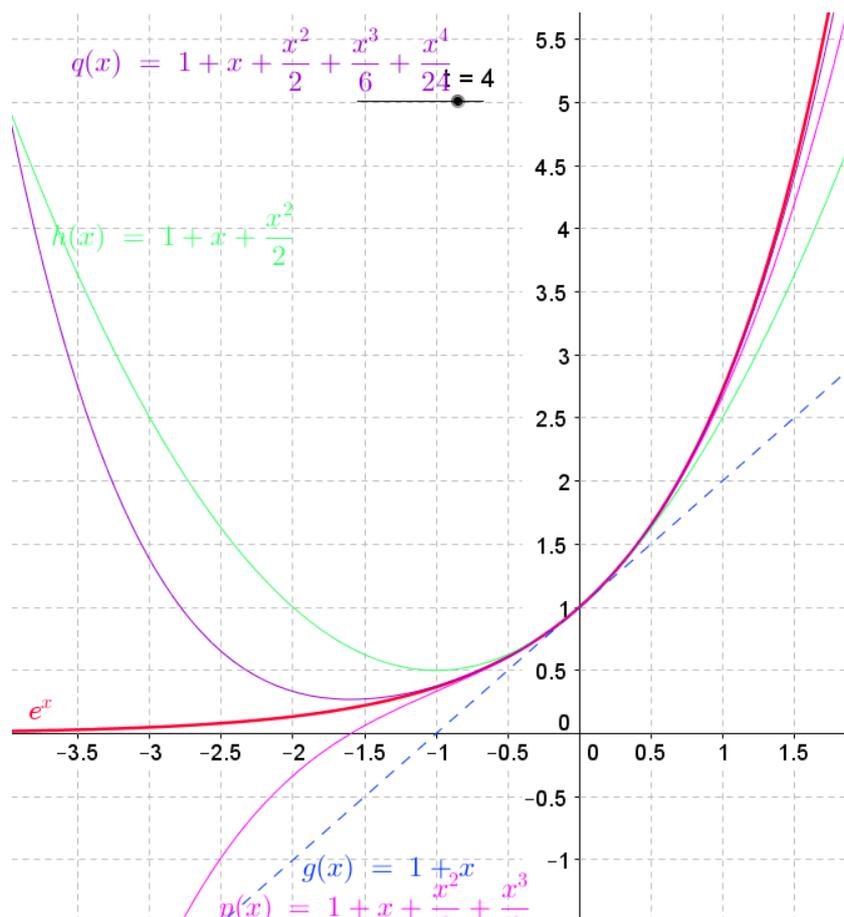
$$e^t = 1 + t + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^3}{3!} + \dots + \frac{t^n}{n!} + t^n \varepsilon(t).$$

Les suivantes sont le développement limité de la fonction exponentielle pour un ordre donné :

$g(x) = 1 + x + x\varepsilon(x)$ à l'ordre 1.

$h(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2} + x^2\varepsilon(x^2)$ à l'ordre 2

$i(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + x^3\varepsilon(x^3)$ à l'ordre 3...



II. Approximation des autres fonctions usuelles.

Théorème : Le développement limité des autres fonctions sont donnée par les formules :

$$\frac{1}{1+t} = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{t^n}{n} + t^n \varepsilon(t)$$

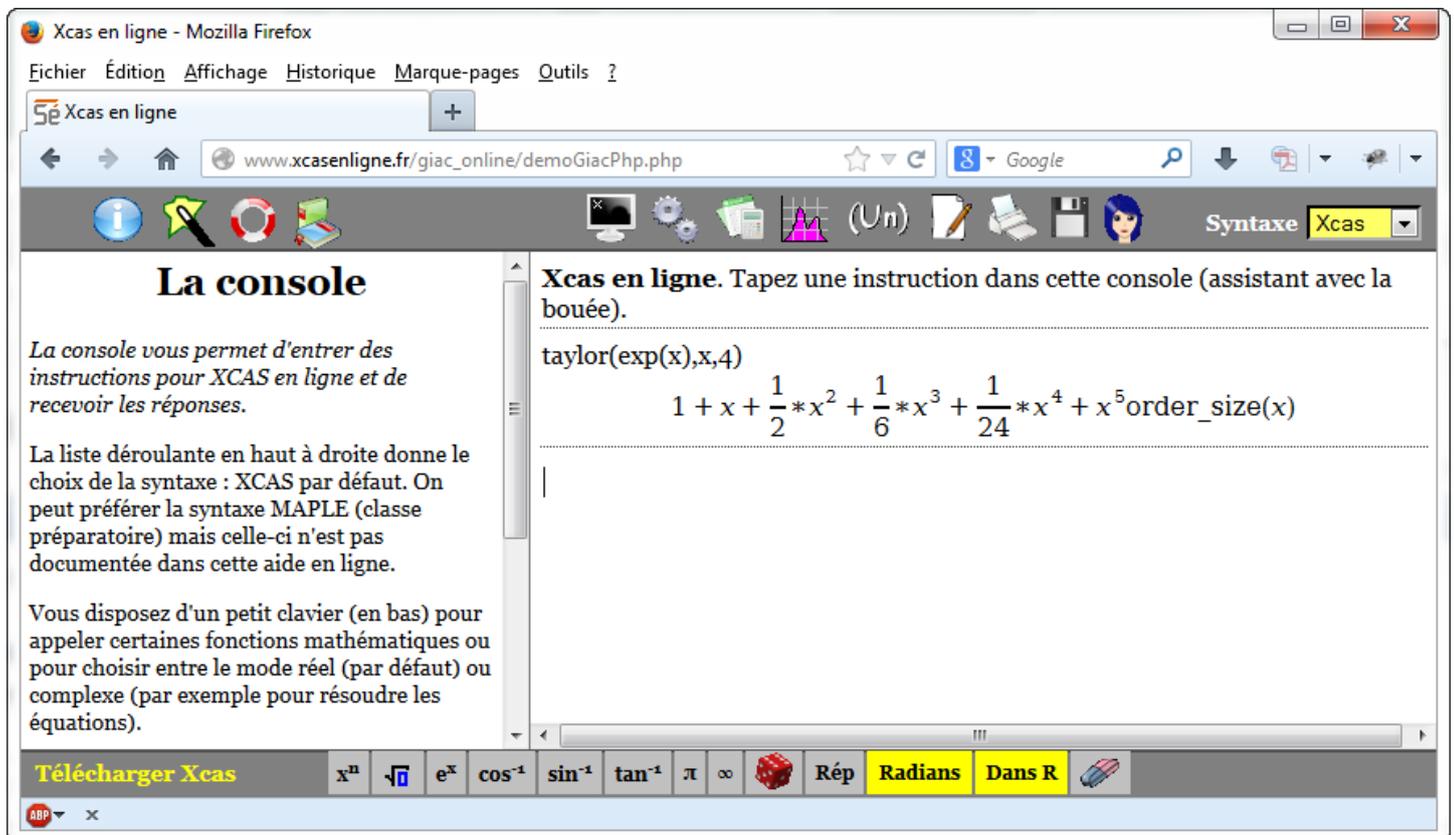
$$\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{t^n}{n} + t^n \varepsilon(t)$$

$$\sin t = t - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} + \dots + (-1)^p \frac{t^{2p+1}}{(2p+1)!} + t^{2p+1} \varepsilon(t)$$

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} + \dots + (-1)^p \frac{t^{2p}}{(2p)!} + t^{2p} \varepsilon(t)$$

$$(1+t)^k = 1 + kt + \frac{k(k-1)}{2!} + \dots + \frac{k(k-1) \dots k-n+1}{n!} t^n + t^n \varepsilon(t)$$

Dans la plus part des cas, on utilise un logiciel de calcul formel afin d'obtenir des développements limités aux ordres souhaités.



La console

La console vous permet d'entrer des instructions pour XCAS en ligne et de recevoir les réponses.

La liste déroulante en haut à droite donne le choix de la syntaxe : XCAS par défaut. On peut préférer la syntaxe MAPLE (classe préparatoire) mais celle-ci n'est pas documentée dans cette aide en ligne.

Vous disposez d'un petit clavier (en bas) pour appeler certaines fonctions mathématiques ou pour choisir entre le mode réel (par défaut) ou complexe (par exemple pour résoudre les équations).

Xcas en ligne. Tapez une instruction dans cette console (assistant avec la bouée).

taylor(exp(x),x,4)

$$1 + x + \frac{1}{2} * x^2 + \frac{1}{6} * x^3 + \frac{1}{24} * x^4 + x^5 \text{order_size}(x)$$

Télécharger Xcas

x^n $\sqrt{\quad}$ e^x \cos^{-1} \sin^{-1} \tan^{-1} π ∞ Rép Radians Dans R