I. Règle de géométrie dans l'espace.

a. Rappel des règles de la représentation en perspective Cavalière.

☞ Règle :

- Une figure située dans un plan vue de face est représenté en vraie grandeur.
- Deux droites parallèles sont représentées par des droites parallèles.
- Des points alignés sont représentés par des points alignés.
- Les éléments visibles sont dessinés en trait plein ; les éléments caché en trait pointillés.
- Le rapport k de longueur des fuyantes est arbitraire (avec $0 \leq k \leq 1$).
- L'angle α entre les segments des faces de devant et les fuyantes est arbitraire…

Exercice : Tracer un cube – Tracer un parallélépipède rectangle de mesures $3 \times 4 \times 5$.

b. Règle d'incidence dans l'espace.

☞ Règle :

- Dans chaque plan de l'espace, on peut appliquer tous les théorèmes de géométrie plane (théorèmes de Pythagore, de Thalès,…)
- Par deux points A et B distincts de l'espace, il passe une unique droite (AB).
- Par trois points non alignés A, B et C de l'espace, il passe un unique plan, noté (ABC).
- Si deux points distincts A et B de l'espace appartiennent à un plan $(\mathcal{P})$, alors la droite (AB) est contenue dans le plan $(\mathcal{P})$.

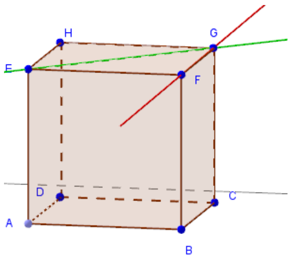
II. Position relative de droites et de plans.

a. Positions relatives de deux droites

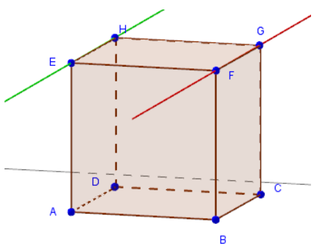
Deux droites de l'espace sont soit coplanaire (appartiennent à un même plan), soit non coplanaires.

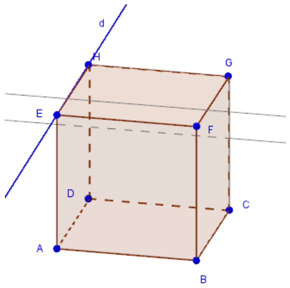
- Coplanaires :

Deux droites sécantes.



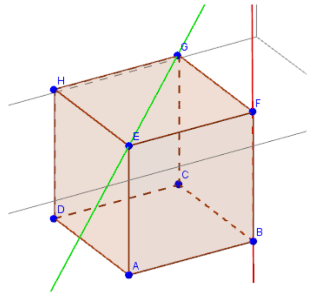
Deux droites parallèles.





- Non coplanaires :

Ni sécantes, ni parallèles

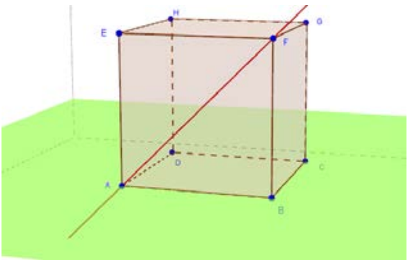


(EG) et (FG) on un point d'intersection G.	(EH) et (FG) sont parallèles. (EH) et (d) confondues.	Aucun plan ne contient (EG) et (BF)

b. Postions relatives d'une droite et d'un plan

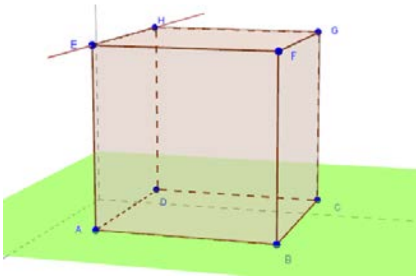
Une droite et un plan de l'espace sont soit sécants, soit parallèles. On appelle $(\mathcal{P})$ le plan de la face de dessous du cube représenté en vert.

- Sécants :

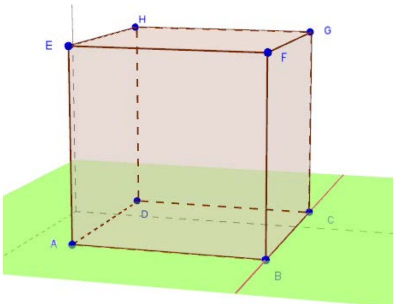


(AF) et $(\mathcal{P})$ ont un point d'intersection A.

- Parallèles :



(EH) et $(\mathcal{P})$ strictement parallèles (pas de point d'intersection)

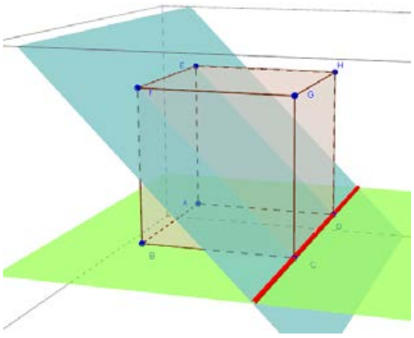


(CB) est contenue dans $(\mathcal{P})$.

c. Position relative de deux plans

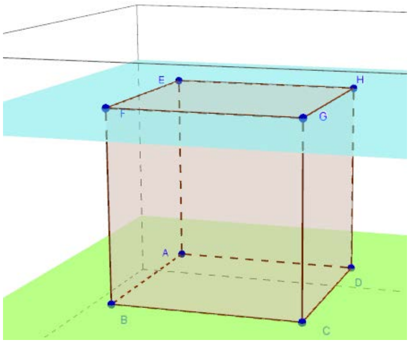
Deux plan de l'espace sont soit sécants, soit parallèles. On appelle $(\mathcal{P})$ le plan (ABC) de la face de dessous représenté en vert et $(\mathcal{P}')$ le plan représenté en bleu.

- Sécants :

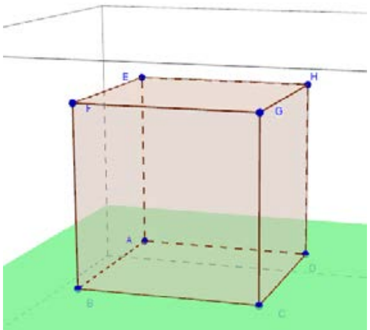


$(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$ ont un droite d'intersection (CB).

- Parallèles



$(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$ strictement parallèles (pas de point d'intersection.



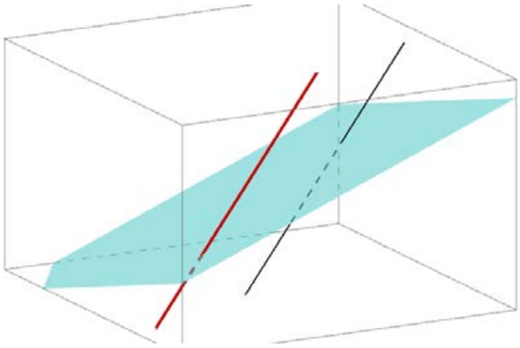
$(\mathcal{P})$et $(\mathcal{P}')$ sont confondus.

III. Parallélisme dans l'espace

a. Parallélisme entre deux droites

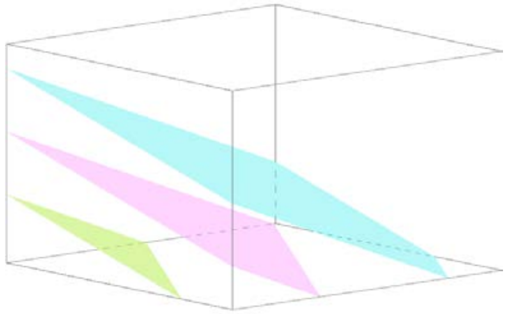
Propriété : Deux droites parallèles à une même troisième droite sont parallèles entre elle.

Propriété : Si de droites sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'une coupe l'autre.

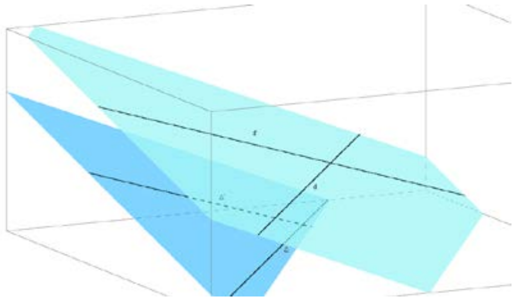


b. Parallélisme entre deux plan

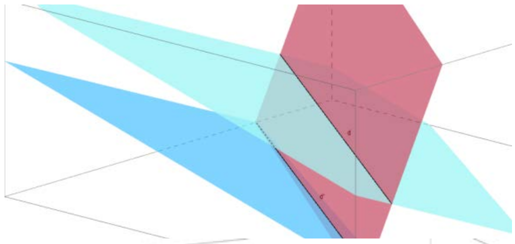
Propriété : Deux plans parallèles à un même plan sont parallèles entre eux. (Si $\mathcal{P}//\mathcal{P}'$ et $\mathcal{P}'//\mathcal{P}"$ alors $\mathcal{P}//\mathcal{P}"$)



Propriété : Si deux droites sécantes (d) et (d') d'un plan $(\mathcal{P})$ sont parallèles à deux droites sécantes (Δ) et (Δ') d'un plan $(\mathcal{Q})$, alors les plan $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{Q})$ sont parallèles.

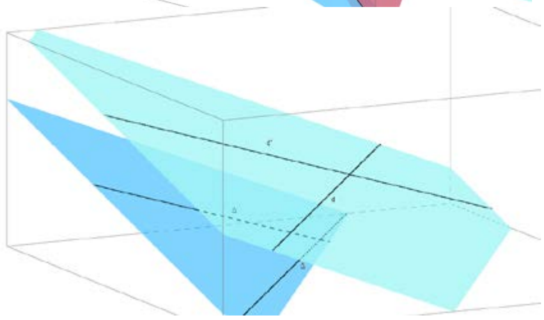


Propriété : Si deux plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$ sont parallèles, alors tout plan qui coupe $(\mathcal{P})$, coup $(\mathcal{P}')$ et les droites d'intersection (d) et (d') sont parallèles.

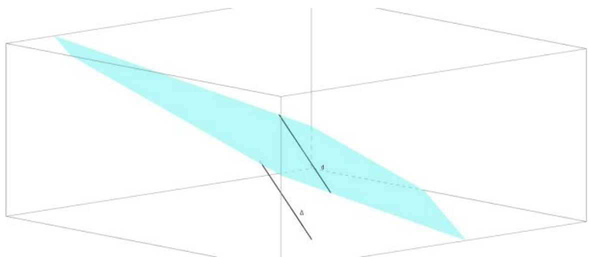


c. Parallélisme entre droite et plan

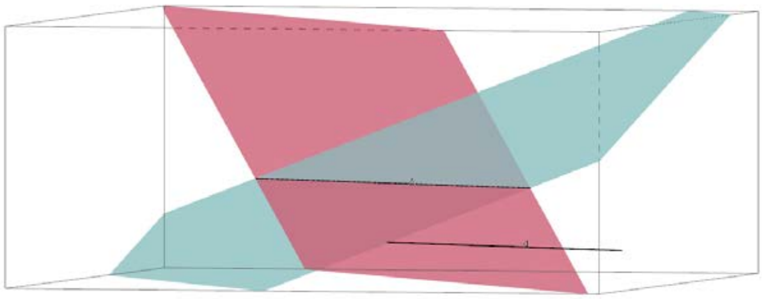
Propriété : Si deux plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$ sont parallèles, et si une droite (d) est parallèle à $(\mathcal{P})$, alors (d) est parallèle à $(\mathcal{P}')$.



Propriété : Si deux droites (d) et (Δ) sont parallèles, et si (d) est contenue dans un plan $(\mathcal{P})$ alors (Δ) est parallèle à $(\mathcal{P})$.



Propriété : Si $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$ sont deux plans sécants selon une droite (Δ) et si (d) est une droite parallèles à $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$, alors les droites (d) et (Δ) sont parallèles.



Théorème « du toit » : Si

- (d) et (d') sont des droites parallèles,
- $(\mathcal{P})$ est un plan qui contient (d) et $(\mathcal{P}')$ un plan qui contient (d'),
- $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$ sont sécant selon un droite (Δ),

Alors (Δ) est parallèles à (d) et (d').