Petit Bilan sur les Matrices…

c. Etat stable

Définition :
Un état probabiliste P (matrice ligne (x, y) ou (x, y, z)) est dit stable lorsqu'il reste inchangé lors de la répétition de l'expérience aléatoire.
Autrement dit lorsque $P \times M = P$.
où M est la matrice de transition de l'expérience aléatoire considérée.

Théorème 6 : Pour tout graphe probabiliste connexe à 2 ou 3 sommets, représenté par la matrice de transition M, il existe un unique état stable $P = (x, y)$, ou (x, y, z), solution de l'équation $P \times M = P$.
L'état P est indépendant de l'état de départ (P_0).
Lorsqu'on réalise un grand nombre de fois l'expérience, l'état tend vers l'état P.

Exemple : soit M la matrice de transition :

$$M = \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}9 \\ 0{,}7 & 0{,}3 \end{pmatrix}.$$

L'équation : $P \times M = P$ s'écrit $(x, y) \times \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}9 \\ 0{,}7 & 0{,}3 \end{pmatrix} = (x, y)$ est équivalente au système linéaire de deux équations à deux inconnues suivant :

$$\begin{cases} 0{,}1x + 0{,}7y = x \\ 0{,}9x + 0{,}3y = y \end{cases}.$$