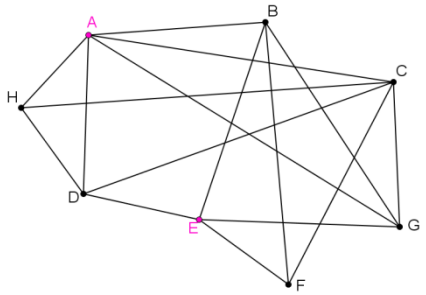
Remarque : cet algorithme ne fournit pas nécessairement le nombre minimal de couleurs, il donne une majoration.

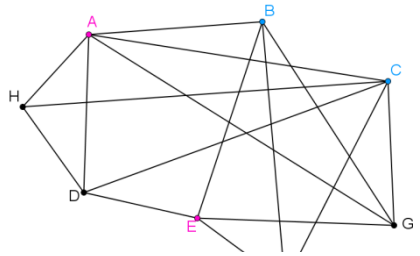
Mise en œuvre de l'algorithme de Welsh Powell

On numérote les sommets dans l'ordre des degrés décroissants : A, C, B, D, E, G, F, H
(remarque : il y a plusieurs façons de procéder car il y a des sommets de même degré)

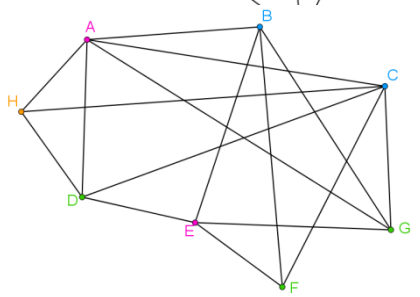
1) *On choisit la couleur rose. On colorie A en rose, et on regarde les autres sommets suivant l'ordre ci-dessus*
C, B, D sont adjacents à A, donc on ne les colorie pas
E n'est pas adjacent à A, donc on le colorie en rose
G est adjacent à A, donc on ne le colorie pas
F n'est pas adjacent à A, mais il est adjacent à E (qui est désormais en rose), donc on ne le colorie pas
H est adjacent à A, donc on ne le colorie pas



2) *On choisit la couleur bleu. On colorie C en bleu.*
B n'est pas adjacent à C, donc on le colorie en bleu
D est adjacent à C, donc on ne le colorie pas
G, F, H sont adjacents à C, donc on ne les colorie pas



3) *On choisit la couleur vert. On colorie D en vert.*
G n'est pas adjacent à D, donc on le colorie en vert
F n'est pas adjacent à D, ni à G, donc on le colorie en vert
H est adjacent à D, donc on ne le colorie pas.



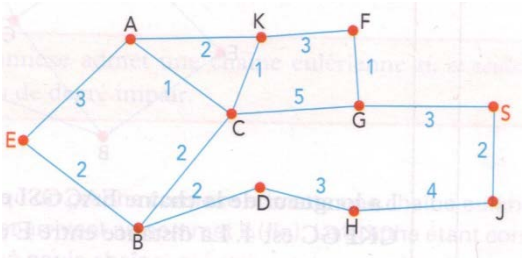
4) *On choisit la couleur orange. On colorie G en orange.*
Donc le nombre chromatique γ est inférieur ou égal à 4.

Théorème : Le nombre chromatique d'un graphe G est :
1) supérieur ou égal à l'ordre du plus grand sous-graphe complet de G ;
2) inférieur ou égal à $r+1$ où r est le plus grand degré des sommets de G .

Réponse au problème : Pour notre problème, on en déduit donc que $\gamma \geq 4$ car le sous-graphe ACDH est complet et d'ordre 4. D'où $4 \leq \gamma \leq 4$ ie : $\gamma = 4$. Ainsi il faut 4 aquariums pour qu'il n'y ait pas de soucis de cohabitation.

VII. Problème de plus court chemin

Problème : *On souhaite trouver le chemin de longueur minimale entre E et S dans le graphe ci-dessous :*



Définition 8 :
Le **poids d'une chaîne** est la somme des poids des arêtes qui la composent.

Notre problème revient à chercher une chaîne de poids minimal entre un sommet E (entrée) et un sommet S (sortie).

Pour résoudre notre problème, on utilise l'algorithme de Dijkstra qui détermine une chaîne de poids minimal liant deux sommets donnés (ici E et S).

Algorithme de Dijkstra :

- Attribuer à E le poids définitif 0
- Attribuer provisoirement aux sommets adjacents à E le poids des arêtes qui les relient à E (en marquant (E) pour indiquer la provenance) et aux autres sommets le poids $+\infty$
- Tant que tous les sommets n'ont pas un poids définitif et que S n'est pas affecté du plus petit poids provisoires, faire :
  - Parmi tous les sommets provisoirement pondérés, en choisir un T de poids provisoire minimal, et le fixer en poids définitif ;
  - Pour tout sommet T' adjacent à T et n'ayant pas un poids définitif, calculer la somme s du poids de T et du poids de l'arête reliant T à T' ;
  - Si s est inférieure au poids provisoire de T', attribuer s à T' comme nouveau poids provisoire, en le marquant (T) pour indiquer la provenance de cette nouvelle affectation.