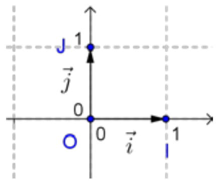
I. Repérage dans le plan

a. Activité 1 (lien)

b. Le cours

Définition : On appelle **repère orthonormé** $(O\ ,I\ ,J)$ lorsque le triangle OIJ est isocèle rectangle en O.



Remarque : Un repère $(O\ ,I\ ,J)$ est **orthogonale** lorsque le triangle OIJ est rectangle en O, il est **normé** lorsque le triangle OIJ est isocèle en O.

Définitions : Dans un repère $(O\ ,I\ ,J)$,
un **point** M a pour **coordonnées** $(x\ ;\ y)$; x est **l'abscisse** du point M et y **l'ordonnée**
la droite (OI) s'appelle axe des **abscisses** (notée aussi (Ox));
la droite (OJ) s'appelle axe des **ordonnées** (notée aussi (Oy)).

Notation : Dans un repère orthonormé $(O\ ;\ I\ ;\ J)$, soit un point M de coordonnées $(x\ ;\ y)$ (noté $M(x\ ;\ y)$).
On note M_x le projeté orthogonale de M sur la droite (OI),
et M_y le projeté orthogonale de M sur la droite (OJ).

Remarque : lorsqu'il y a plusieurs points les coordonnées du point M sont notées $(x_M\ ; y_M)$.

Propriété :

$$x = OM_x \qquad \text{et} \qquad y = OM_y$$

II. Images, antécédents et domaine de définition

a. Lecture graphique d'image et d'antécédents

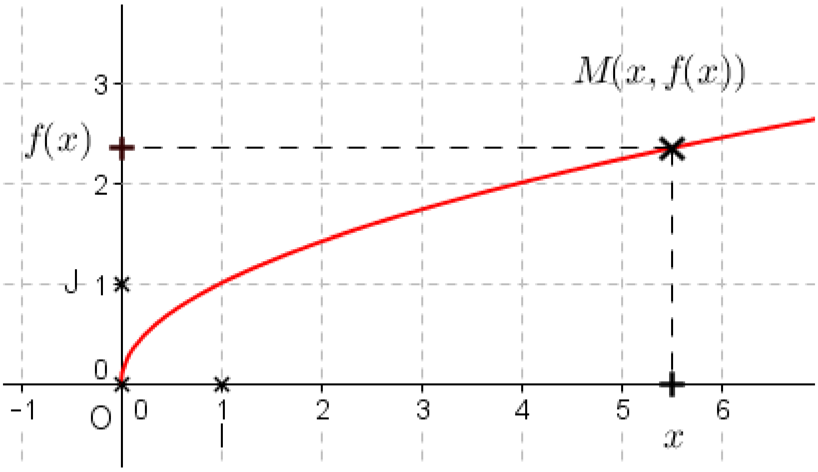
i. Activité 2 (lien)

ii. Le cours

Définitions : Dans un repère orthonormé (O, I, J), on considère la fonction f :
Un **point M appartient à la courbe de f** lorsqu'il a pour coordonnées $(x, f(x))$.

$f(x)$ est **l'image** de x,

x est **l'antécédent** de $f(x)$.

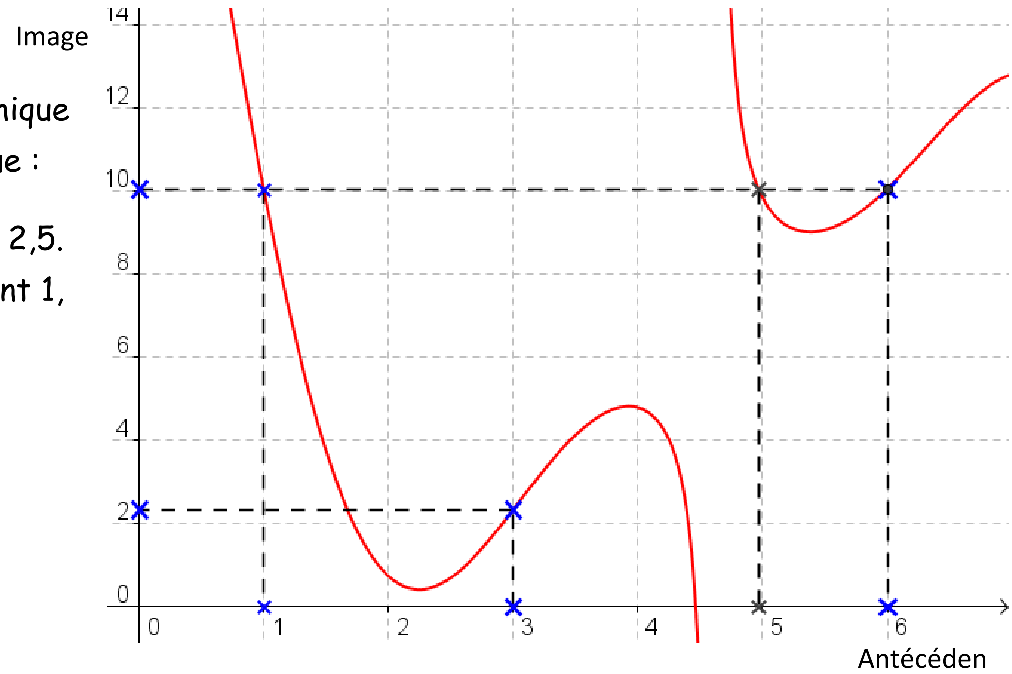


Représentation graphique : Faite bouger le curseur x. Sur ce graphique, on a représenté la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x}$. Pour chaque antécédent x sur l'axe des abscisses on lit l'image $f(x)$ sur l'axe des ordonnées.

Exemple :

Sur la représentation graphique de cette fonction : on lit que :

- l'image de 3 est environs 2,5.
- les antécédents de 10 sont 1, 5 et 6.



Remarques :

- L'image d'un nombre est toujours unique (lorsqu'il existe).
- Une image peut avoir plusieurs antécédents.

b. Calcul algébrique d'images et d'antécédents

i. Activité 3

Soit la fonction f (définie sur $\mathbb{R}$) par $f(x) = x^2 + 2x$.

1) Représenter graphiquement la fonction sur vos calculatrices.
2) Déterminer les images des nombres suivants :
   a. 1.
   b. 2.
   c. $\sqrt{2}$.
3) Déterminer tous les antécédents des nombres :
   a. -1.
   b. 0.
   c. 3.

ii. Le cours

Exemple : Soit la fonction f définie par $f(x) = 2x - 4$.

- On calcul directement l'image de 3 en faisant $f(3) = 2 \times 3 - 4 = 6 - 4 = 2$.
  Donc l'image de 3 est 2
- On détermine les antécédents de 5 en résolvant l'équation $f(x) = 5$:

$$f(x) = 5 \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{ce signe représente l'équivalence entre les deux égalités}} 2x - 4 = 5 \Leftrightarrow 2x = 5 + 4 \Leftrightarrow 2x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{2} \Leftrightarrow x = 4{,}5.$$

Donc l'antécédent de 5 est $4{,}5$.

iii. Exercices

Soit la fonction f définie par

$$f(x) = 2x - 4.$$

Calculer l'image de 1, 2 et 3.
Calculer les antécédents de 3,4 et 5.

c. Domaine de définition et ensemble de nombre

i. Activité 4 (lien- géogébra – fichier)

ii. Le cours

Définitions : On appelle **ensemble de définition** d'une fonction f l'ensemble des valeurs possédant une image par f.

Remarque : Elle provient de la modélisation faite du problème.

Exemples mathématiques :

La fonction f définie par $f(x) = 2x - 4$ est définie sur $\mathbb{R}$.
La fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{x}$ est définie sur $\mathbb{R}^*$.
La fonction h définie par $h(x) = \sqrt{x}$ est définie sur $\mathbb{R}^+$.

Note : l'ensemble $\mathbb{R}$ représente tous les nombre réels (exemple : 0 ; -1 ; $\sqrt{2}$; π ; $1{,}4$, 10^{10} etc ...)

III. Fonction affine et linéaire.

i. Activité 5 (Retour vers le futur)

Dans le film, la machine à voyager dans le temps doit atteindre la vitesse de 88 mi/h. (Extrait)
On possède une autre information : un compteur de voiture (ci-contre) sur lequel sont représentées les deux mesures de vitesse.

1. Calculer en km/h la vitesse que doit atteindre la machine à voyager dans le temps.
2. Afin de réaliser une application de conversion pour un téléphone portable, on souhaite programmer une fonction qui à toute vitesse x en mi/h renvoie la vitesse correspondante en km/h.
   a. Donner l'expression de cette fonction.
   b. Quelle est sa nature ?
3. Quelle est l'expression de la fonction qui à toute vitesse x en km/h renvoie la vitesse correspondante en mi/h.
4. Calculatrice :
   a. Tracer ces fonctions à l'aide la calculatrice.
   b. Programmer un algorithme permettant de réaliser la première conversion.

ii. Activité 6

Activité 6 : **Une affaire de température** :

On souhaite convertir les températures exprimés en degrés Fahrenheit en degrés Celsius. Démarche expérimentale :

1. A l'aide du thermomètre représenté ci-contre, réaliser un tableau d'association de minimum 4 valeurs (Degré <-> Fahrenheit)
2. Tracer dans un repère de votre choix les points répertoriés dans le tableau de la question 1. Relier les points représentés.
3. Quelle semble être la forme de la courbe ainsi représentée ?
4. (*Modélisation*) En utilisant le point méthode (à demander au professeur) déterminer une équation de cette courbe.
   Tracer la droite ainsi obtenu sur le graphique précédent.

5. Afin de continuer le développement de l'application de l'activité 15 programmer un algorithme permettant de convertir les degrés Fahrenheit en degrés Celsius.
   De manière réciproque programmer un algorithme permettant de convertir les degrés Celsius en degrés Fahrenheit.

iii. Le cours

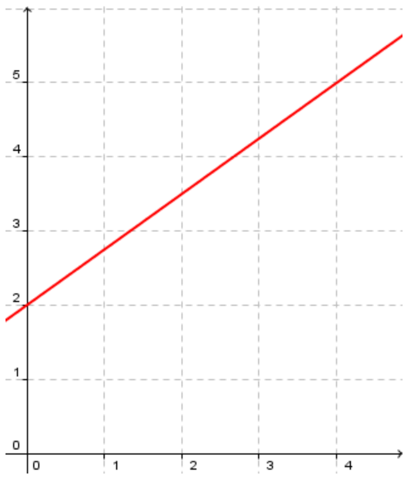
Définition : On appelle fonction linéaire toutes fonctions de la forme $f(x) = ax$.
a est le coefficient directeur de la droite, il représente les variations de cette fonction.

Remarques : une fonction linéaire représente une relation de proportionnalité

une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère le point $O(0;0)$ (en effet $f(0) = 0$).

Dans le représentation graphique ci-contre, $f(x) = 1{,}5x$.

Définition : On appelle fonction affine toutes fonction de la forme $f(x) = ax + b$.
b est l'ordonnée à l'origine c'est l'image de 0 par la fonction f.
(c'est-à-dire $f(0) = b$).



Remarque :

une fonction affine ne représente pas une relation de proportionnalité.

une fonction affine est une droite qui ne passe pas par l'origine du repère (en effet $f(0) = b$).

Dans la représentation graphique ci-contre, $f(x) = \frac{3}{4}x + 2$.