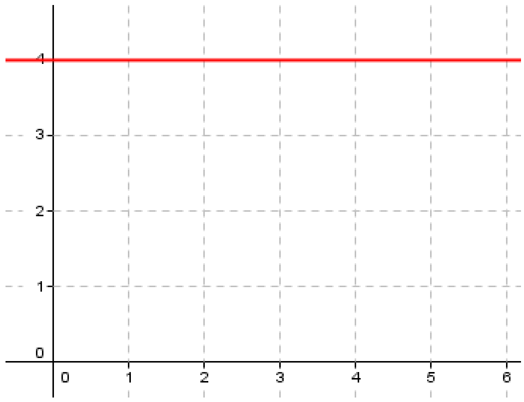
I. Fonction à variation constante

a. Fonctions constantes



Définition : On appelle **fonction constante** toutes fonctions de la forme $f(x) = k$.
k est un réel quelconque.

Exemple : La fonction définie pour tout réel x par $f(x) = 4$ (ou $y = 4$) est représenté ci-contre.

Remarques : une fonction constante est une droite parallèle à l'axe des abscisses.
Comme son nom l'indique ces fonctions ne varient pas lorsque x change, elles admettent une unique image pour tous les antécédents de $\mathbb{R}$.

b. Fonctions linéaires

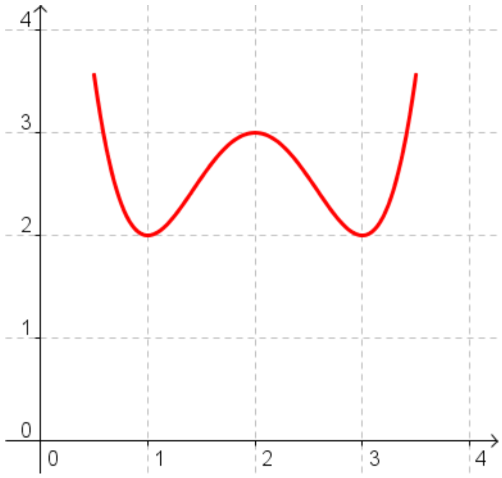
c. Fonctions affine

II. Variation d'une fonction

a. Variation et tableau de variation

i. Activité 3 (lien)

ii. Le cours



On représente les variations d'une fonction dans un **tableau de variation**.

Exemple :

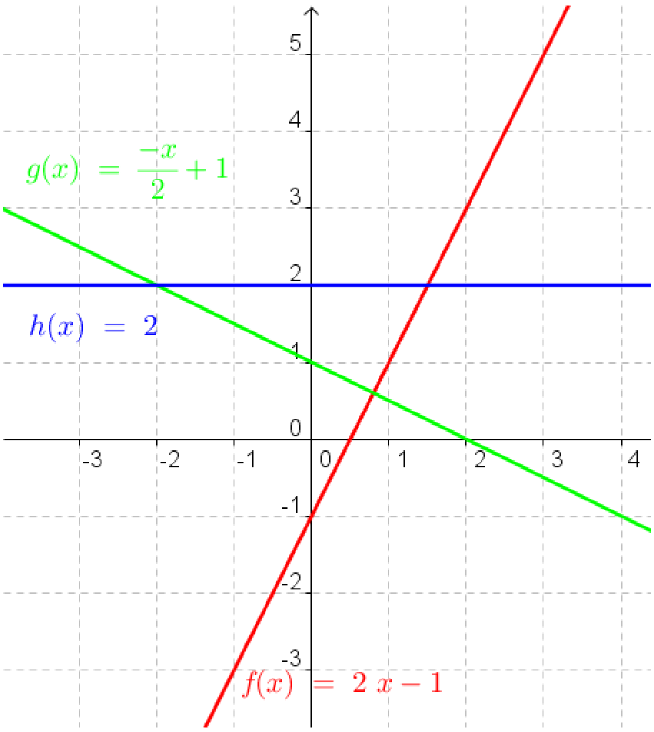
Le **tableau de variation** de cette fonction sur l'intervalle $[0{,}5\,;4{,}5]$ est :

x	0.5	1	2	3	4.5
$f(x)$	3.5 ↘	2 ↗	3 ↘	2 ↗	3.5

Remarque : dans un tableau de variation on ne représente que les maximums et les minimums d'une fonction.

b. Variation des fonctions affines et linéaires

Propriété :
Le coefficient directeur d'une fonction affine ou linéaire est positif $(a > 0)$, si et seulement si la fonction est croissante.
Le coefficient directeur d'une fonction affine ou linéaire est négatif $(a < 0)$, si et seulement si la fonction est décroissante.
Le coefficient directeur d'une fonction affine ou linéaire est nul $(a = 0)$, si et seulement si la fonction est constante.



Exemples : Pour tout réel x, on définie les fonction f, g, et h par : $f(x) = 2x - 1$; $g(x) = -\frac{1}{2}x + 1$ et $h(x) = 2$.

Propriété : Règle du signe de $ax + b$

$a > 0$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		$-$	0	$+$	

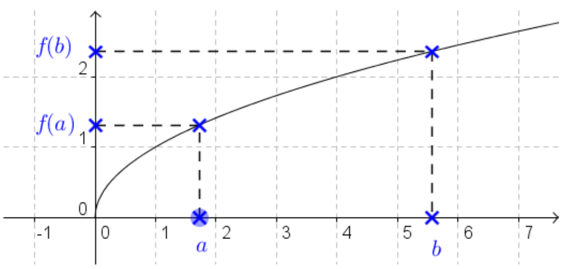
$a < 0$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		$+$	0	$-$	

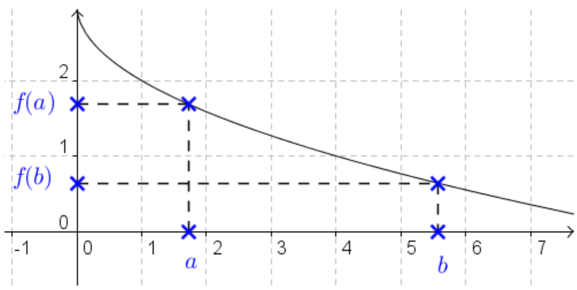
c. Variation d'une fonction quelconque

Définition : Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et pour tous a et b deux réel de I tel que $a < b$:
- $f(a) < f(b)$, on dit que la fonction f est **croissante**.
- $f(a) > f(b)$, on dit que la fonction f est **décroissante**.
- $f(a) = f(b)$, on dit que la fonction f est **constante**.

En résumer : Pour tous réels a et b de I tel que $a < b$:



f croissante $f(a) < f(b)$



f décroissante $f(a) > f(b)$

d. Maximum et minimum

Définition : Soient f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et a un nombre réel de I ($a \in I$) :

- $f(a)$ est un **maximum** de f sur I signifie que pour tout réel x de I :

$$f(x) \leq f(a)$$

- $f(a)$ est un **minimum** de f sur I signifie que pour tout réel x de I :

$$f(a) \leq f(x).$$

On dit que $f(a)$ est un **extremum** de f sur I lorsque $f(a)$ est un maximum ou un minimum.