# I. Règle de géométrie dans l'espace.

## a. Rappel des règles de la représentation en perspective Cavalière.

☞ Règle :

- Une figure située dans un plan vue de face est représenté en vraie grandeur.
- Deux droites parallèles sont représentées par des droites parallèles.
- Des points alignés sont représentés par des points alignés.
- Les éléments visibles sont dessinés en trait plein ; les éléments caché en trait pointillés.
- Le rapport $k$ de longueur des fuyantes est arbitraire (avec $0 \leq k \leq 1$).
- L'angle $\alpha$ entre les segments des faces de devant et les fuyantes est arbitraire…

Exercice : Tracer un cube – Tracer un parallélépipède rectangle de mesures $3 \times 4 \times 5$.

## b. Règle d'incidence dans l'espace.

☞ Règle :

- Dans chaque plan de l'espace, on peut appliquer tous les théorèmes de géométrie plane (théorèmes de Pythagore, de Thalès,…)
- Par deux points $A$ et $B$ distincts de l'espace, il passe une unique droite $(AB)$.
- Par trois points non alignés $A$, $B$ et $C$ de l'espace, il passe un unique plan, noté $(ABC)$.
- Si deux points distincts $A$ et $B$ de l'espace appartiennent à un plan $(\mathcal{P})$, alors la droite $(AB)$ est contenue dans le plan $(\mathcal{P})$.

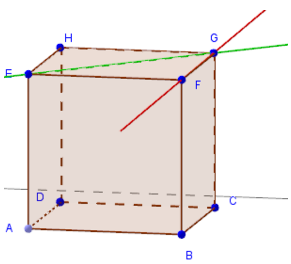
# II. Position relative de droites et de plans.

## a. Positions relatives de deux droites

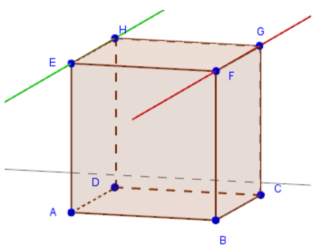
Deux droites de l'espace sont soit coplanaire (appartiennent à un même plan), soit non coplanaires.

- Coplanaires :

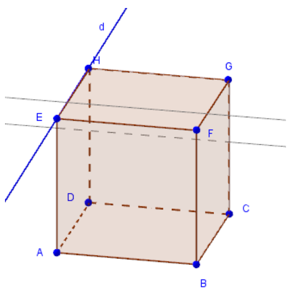
Deux droites sécantes. Deux droites parallèles.




$(EG)$ et $(FG)$ on un point d'intersection $G$.



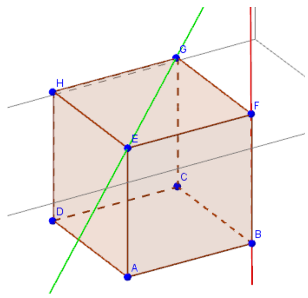

$(EH)$ et $(FG)$ sont parallèles.




$(EH)$ et $(d)$ confondues.

- Non coplanaires :

Ni sécantes, ni parallèles

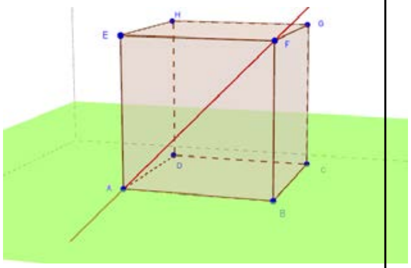


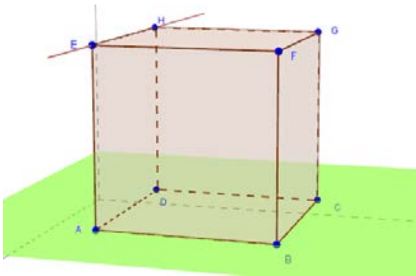

Aucun plan ne contient $(EG)$ et $(BF)$

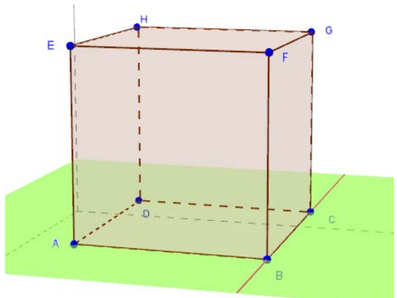
### b. Postions relatives d'une droite et d'un plan

Une droite et un plan de l'espace sont soit sécants, soit parallèles. On appelle $(\mathcal{P})$ le plan de la face de dessous du cube représenté en vert.

- Sécants :
- Parallèles :

<ul> 





$(AF)$ et $(\mathcal{P})$ ont un point d'intersection $A$.

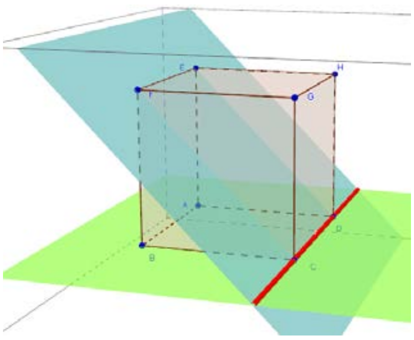
$(EH)$ et $(\mathcal{P})$ strictement parallèles (pas de point d'intersection)

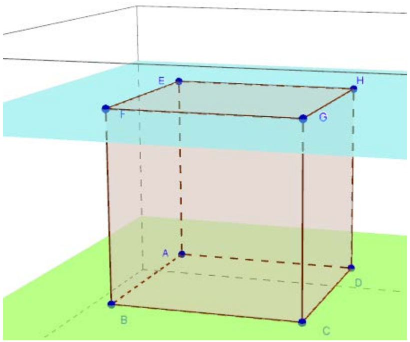
$(CB)$ est contenue dans $(\mathcal{P})$.

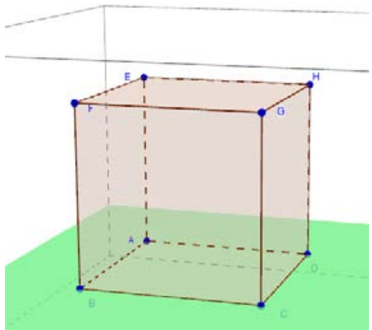
### c. Position relative de deux plans

Deux plan de l'espace son<ht soit sécants, soit parallèles. On appelle $(\mathcal{P})$ le plan $(ABC)$ de la face de dessous représenté en vert et $(\mathcal{P}')$ le plan représenté en bleu.

- Sécants :
- Parallèles







$(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$ ont un droite d'intersection $(CB)$.

$(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$ strictement parallèles (pas de point d'intersection.

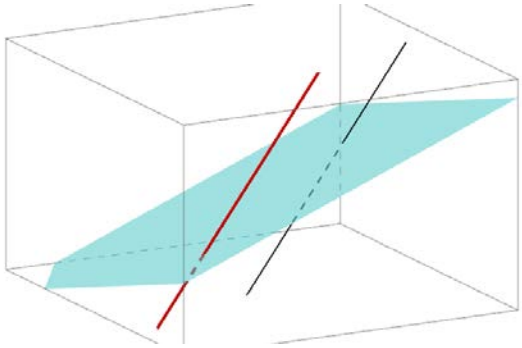
$(\mathcal{P})$et $(\mathcal{P}')$ sont confondus.

# III. Parallélisme dans l'espace

## a. Parallélisme entre deux droites

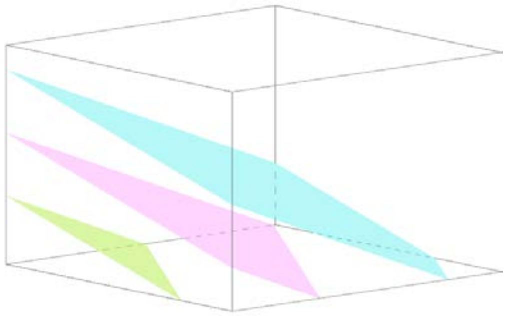
✍ **Propriété** : Deux droites parallèles à une même troisième droite sont parallèles entre elle.

✍ **Propriété** : Si deux droites sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'une coupe l'autre.

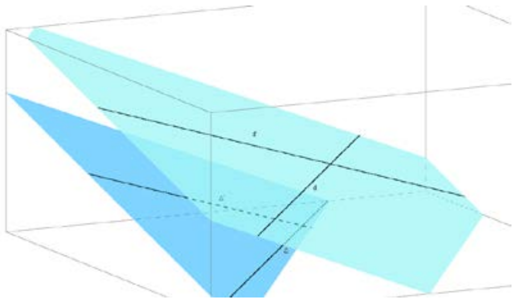


## b. Parallélisme entre deux plan

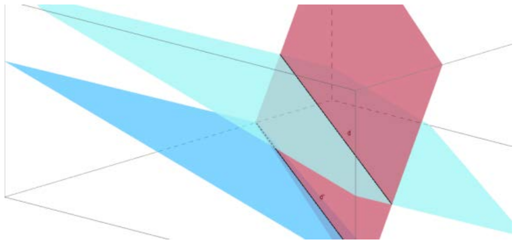
✍ **Propriété** : Deux plans parallèles à un même plan sont parallèles entre eux. (Si $\mathcal{P}//\mathcal{P}'$ et $\mathcal{P}'//\mathcal{P}"$ alors $\mathcal{P}//\mathcal{P}"$)



✍ **Propriété** : Si deux droites sécantes $(d)$ et $(d')$ d'un plan $(\mathcal{P})$ sont parallèles à deux droites sécantes $(\Delta)$ et $(\Delta')$ d'un plan $(\mathcal{Q})$, alors les plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{Q})$ sont parallèles.



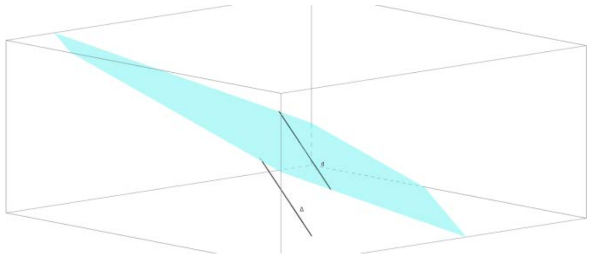
✍ **Propriété** : Si deux plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$ sont parallèles, alors tout plan qui coupe $(\mathcal{P})$, coupe $(\mathcal{P}')$ et les droites d'intersection $(d)$ et $(d')$ sont parallèles.



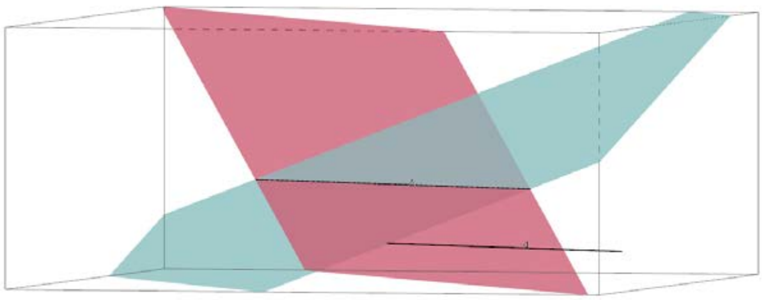
### c. Parallélisme entre droite et plan

**Propriété** : Si deux plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$ sont parallèles, et si une droite $(d)$ est parallèle à $(\mathcal{P})$, alors $(d)$ est parallèle à $(\mathcal{P}')$.

**Propriété** : Si deux droites $(d)$ et $(\Delta)$ sont parallèles, et si $(d)$ est contenue dans un plan $(\mathcal{P})$ alors $(\Delta)$ est parallèle à $(\mathcal{P})$.



**Propriété** : Si $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$ sont deux plans sécants selon une droite $(\Delta)$ et si $(d)$ est une droite parallèles à $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$, alors les droites $(d)$ et $(\Delta)$ sont parallèles.



**Théorème « du toit »** : Si

- $(d)$ et $(d')$ sont des droites parallèles,
- $(\mathcal{P})$ est un plan qui contient $(d)$ et $(\mathcal{P}')$ un plan qui contient $(d')$,
- $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$ sont sécants selon un droite $(\Delta)$,

Alors $(\Delta)$ est parallèle à $(d)$ et $(d')$.