**Rappel de Seconde**

1. Définition et premières propriétés
   1. **Vocabulaire**

**🖎Définition** : On appelle **expérience aléatoire** toute expérience dont on ne prédire le résultat.

☞Exemple : lancer une pièce de monnaie, un dé, le tirage du loto, la durée de vie d’un appareil électronique sont des expériences aléatoires.

**🖎Définition** : On appelle **issue** d’une expérience aléatoire un résultat de celle-ci.

**🖎Définition** : On appelle **univers** et on note (Oméga) l’ensemble des issues possibles d’une expérience aléatoire.

☞Exemple : Lorsqu’on lance   
- une pièce de monnaie les issues sont PILE ou FACE, et   
- un dé à 6 faces (cubique) les issues sont les nombres de 1 à 6, et

**🖎Définition** : On appelle **évènement** un sous ensemble de l’univers .

Remarque : on dit que est **l’évènement certain**.

☞Exemple : Lorsqu’on lance un dé cubique, un évènement est : « faire un nombre paire » et on note , un évènement est « obtenir 6 » et on note .

**🖎Définition** : On appelle **évènement** **élémentaire** un évènement formé d’une seule issue de .

Remarque : est un évènement élémentaire car il n’est constitué que d’une seule issue.

* 1. **Probabilité**

**🖎Définition** : La fréquence de réalisation d’une issue, lorsqu’une expérience aléatoire est reproduite un très grand nombre de fois, se stabilise autour d’un nombre . est la **probabilité** de l’issue.

☞Exemples :   
La probabilité d’obtenir lorsqu’on lance une pièce de monnaie est de  ; on note   
La probabilité de l’évènement « obtenir lorsqu’on lance un dé » est de ; on note ou .

**Propriétés** (conséquences immédiates déduites de la définition de fréquence) :   
- La probabilité d’un évènement est un nombre compris entre 0 et 1.  
- La probabilité de l’univers est 1.  
- La somme des probabilités de tous les évènements élémentaires (ou issues) de est égale à 1.

☞Exemple : L’évènement « obtenir un nombre entre 1 et 6 lorsqu’on lance un dé » est l’évènement certain , donc sa probabilité est égale à 1.

1. Equiprobabilité

**🖎Définition** : Si les évènements élémentaires ont tous la même probabilité, on dit qu’ils sont équiprobables.

**Propriété** : La probabilité d’un évènement élémentaire est :

La probabilité d’un évènement est :

☞Exemple : Tirage d’une carte de cœur dans un jeu de 32 cartes est

1. Intersection et réunion d’évènements.

**🖎Définitions** :   
L’évènement ( inter ) est formé des issues qui réalisent à la fois et .  
L’évènement ( union ) est formé des issues qui réalisent ou .

**Propriété** : La probabilité de l’**union** de deux événements **ou** est donnée par la formule :

☞Exemple : On lance un dé cubique bien équilibré, soit et les évènements :   
: « Obtenir un nombre impair » (noté )  
 : « Obtenir un 3 ou un 6 » (noté )  
Alors l’évènement est : « Obtenir un nombre impair ou un 6», c’est-à-dire , il est constitué de 4 issues équiprobables donc sa probabilité  ; et l’événement est : « obtenir un 3 » c’est-à-dire de probabilités   
La calcul en utilisant la formule précédente donne :

*Représentation* : Afin de modéliser le dénombrement de ces évènements, on représente les situations dans des tableaux d’effectif ou avec des diagrammes de Venn (les pommes de terres).

1. Evènements incompatibles, évènements contraire
   1. **Evénements incompatibles**

**🖎Définition** : On dit que deux évènements sont incompatibles lorsqu’ils ne peuvent pas se réaliser en même temps. On note (le vide).

☞Exemple : On lance un dé cubique bien équilibré, soit et les évènements :   
: « Obtenir un nombre impair » (noté )  
 : « Obtenir un 6 » (noté )  
Il est impossible que les évènements se réalise en même temps. Donc l’évènement noté est appelé **événement impossible**.

**Propriété** : La probabilité de deux évènements incompatibles est nulle.

* 1. **Evénements contraires**

**🖎Définition** : On appelle contraire d’un évènement l’événement noté ( barre) l’ensemble des événements qui se réalise lorsque ne se réalise pas.

Remarque : et d’où on déduit la propriété suivante :

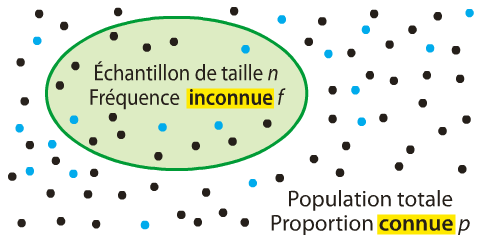
**Propriété** : La probabilité de l’événement contraire est :

1. Intervalle de fluctuation et intervalle de confiance

Dans la pratique, on ne peut pas mesurer avec exactitude la proportion d’un caractère dans la population (intention de vote pour un candidat lors d’une élection – nombre de personne ayant regardé une émission de télévision samedi soir…). Pour réaliser ce type de mesure, les statisticiens mesurent le caractère en question sur une petite partie de la population (suffisamment grande ; **un échantillon**) et en observe les fréquences. On parle de **fluctuation d’échantillonnage**.

* 1. **Intervalle de fluctuation**

Lors de la simulation d’une expérience aléatoire sur ordinateur, on observe que les fréquences des échantillons créés fluctuent autour de la probabilité.

**🖎Définition** : (Lorsqu’on connait la proportion du caractère dans la population )  
On défini **l’intervalle de fluctuation** au seuil de 95% pour des échantillons de taille et pour compris entre et par :

On admet que pour de tels échantillons la fréquence d’apparition observé appartient à l’intervalle de fluctuation avec une probabilité d’au moins .

* 1. **Intervalle de confiance**

**🖎Définition** : (Lorsqu’on **ne** connait **pas** la proportion du caractère dans la population )  
On défini **l’intervalle de confiance** au seuil de 95% pour des échantillons de taille et un caractère qui apparaît avec une fréquence comprise entre et par :

On peut estimer que la proportion du caractère dans la population totale est dans l’intervalle de confiance avec une probabilité d’au moins .  
ATTENTION : dans 5% des cas, l’intervalle de confiance ne contient peut-être pas .

On parlera quelques fois de « preuve statistique ».

**Le cours de première**

🏳 Activité introductive : Un joueur tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

1. Préciser l’ensemble de tous les résultats possibles de cette expérience aléatoire.
2. Quelle est la probabilité de l’événement « obtenir un 7, un 8, un 9, ou un 10 » ?

On convient que pour jouer la mise est de 5 euros et que le joueur gagne 5 euros si la carte tirée est une figure (valet, dame ou roi), 10 euros si c’est un as, et 0 euro dans les autre cas. De plus cette somme est doublée lorsque la carte est un cœur.

1. Déterminer quel peut être le gain (positif négatif ou nul), du joueur en tenant compte de la mise qu’il ne récupère pas.
2. On désigne par le procédé qui, selon la règle du jeu, associe à chaque élément de Ω le gain algébrique du joueur. On a donc (« huit de cœur »)=…. ; (« roi de cœur »)=…  
   Quel « objet mathématique » reconnaissez –vous dans X ?
3. On note l’événement «  le gain est -5 euros ».  
   Quel lien existe- t-il entre et ? En déduire.
4. Pour chacune des autres valeurs prise par, calculer la probabilité.
5. Calculer la somme des probabilités .Doit-on s’en étonner ?
6. Variable aléatoire discrète
   1. **Variable aléatoire**

**🖎Définition** : On appelle variable aléatoire réelle le résultat d’une expérience lorsqu’il est représenté par un nombre réel. Autrement dit, une variable aléatoire réelle est une fonction  définie sur à valeur dans :

où est appelé univers image : c’est l’ensemble des valeurs prises par .

* 1. **Loi de probabilité**

**🖎Définition** : Définir une loi de probabilité sur l’ensemble des valeurs , c’est associer à chaque sa probabilité .

Remarque : se note également (la valeur prise par la variable aléatoire est ).

En pratique, on peut représenter la loi de sous forme d’un tableau, avec pour chaque valeur prise par , la valeur p() correspondante.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | … |  |
|  |  |  | … |  |

* 1. **Espérance mathématique**

**🖎Définition** : Soit une variable aléatoire, on appelle espérance mathématique de (notée ) la valeur moyenne prise par la variable.

1. Loi binomiale
   1. **Epreuve de Bernoulli**

**🖎Définition** : Une épreuve de Bernoulli est une expérience aléatoire à deux issues : pile ou face, oui ou non, gagner ou perdre, etc.  
On notera le succès et l’échec, les deux issues d’une épreuve de Bernoulli, on note en générale et .

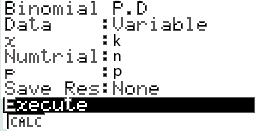
* 1. **Loi Binomiale**

**🖎Définition** : La variable aléatoire qui associe le nombre de succès d’une épreuve de Bernoulli réalisé un nombre donné de fois de manière indépendante suit une loi binomiale.

**🖎Notation** : on dit que suit une loi binomiale de paramètre le nombre de fois que l’on réalise l’épreuve de Bernoulli et la probabilité du succès de cette épreuve.

On notera la probabilité d’avoir succés et celle d’avoir au plus succés.

🖳Soit , pour calculer la probabilité nous utiliserons la calculatrice :

 TI 82-83 Casio  
Dans le menu « DISTR » (2sd VARS) Dans l’écran d’accueil, le menu STAT  
On utilise la fonction «  » Touche F5 « DISTR »   
 Touche F5 « BINM» puis F1 « Bpd » Dans cette dernière fenêtre entrer  
 k, n et p et appuyer sur «CALC »

le nombre de répétition  
 la probabilité du succès  
et le nombre de succès souhaités.

1. Intervalle de fluctuation

**Propriété** : Soit une population dans laquelle une proportion d’individus possède un caractère . On appelle la fonction qui, à tout échantillon de taille prélevé au hasard et avec remise, associe le nombre d’individus possédant le caractère . Alors :

● est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres et  ;

● l’intervalle , où est le plus petit entier de tel que et est le plus petit entier de tel que , est l’intervalle de fluctuation de la fréquence au seuil de .