A. Un peu d’intuition, un peu de simulation  
Trois personnes choisissent chacune au hasard et indépendamment l’une de l’autre un nombre réel compris entre 0 et 1. On appelle , et les nombres choisis respectivement par les personnes 1, 2 et 3. On s’intéresse alors à .

1. a) Quel loi de probabilité suit les nombres , et .  
 b) Dans quel intervalle varie ?  
 c) Le choix du nombre ce fait-elle de manière uniforme sur ?  
2. a) Quelle algorithme permet de simuler l’expérience aléatoire considéré ?  
 b) Utiliser l’algorithme 15 fois de suite en notant à chaque fois si le résultat est entre et , entre 1 et 2 ou entre 2 et 3 :

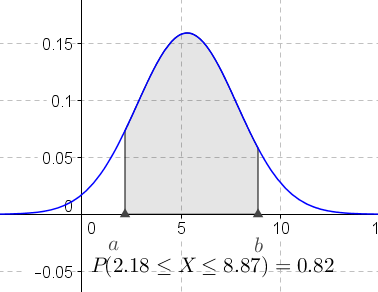
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Résultat | Entre 0 et 1 | Entre 1 et 2 | Entre 2 et 3 |
| Nombres d’apparitions |  |  |  |

3. Au regard des résultats de la classe. Formuler une nouvelle réponse à la question 1.c).

B. Et avec 40 valeurs ?   
On considère maintenant 40 segments numérotés de 1 à 40. Les segments ont tous une longueur choisie dans le même intervalle . On choisit la longueur du segment , indépendamment des longueurs des autres segments, au hasard dans l’intervalle . On met ces 40 segments les uns au bout des autres et on s’intéresse à la longueur totale ainsi obtenue.

1. Dans quel intervalle varie  ?  
2. On a simulé 500 fois sur un tableur l’obtention de , somme de 40 nombres choisis au hasard dans l’intervalle . Les valeurs de obtenues ont été rassemblées en 20 classes de même largeur.  
On donne ci-contre un diagramme des fréquences : les valeurs en abscisses sont les centres des classes.  
Répondre par lecture graphique aux questions suivantes :  
 a) En quoi l’observation de ce diagramme permet de conjecturer que ne suit pas une loi uniforme sur  ?  
Pour cette simulation, on obtient, pour la série de valeurs de , la moyenne et l’écart-type .  
b) évaluer la fréquence de l’évènement : «  est inferieur ou égal à  ». Que peut-on dire de la répartition des valeurs de autour de la moyenne ?  
c) Evaluer la fréquence de l’évènement : «  est compris entre et  »  
d) Evaluer la fréquence de l’évènement : «  est compris entre et  ».  
La loi de est proche

1. Loi normale
   1. **Loi normale**

**🖎Définition** : Soient et .   
Une variable aléatoire suit une loi normale d’espérance et d’écart-type si, pour tout intervalle inclus dans , la probabilité de l’évènement «  » est l’aire du domaine où est la fonction définie sur par :

Cette fonction est la densité de la loi normale d’espérance et d’écart-type .

Remarque : La probabilité de l’événement «  » est : .

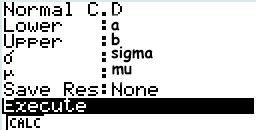
Exemple : On a représenté une loi normale de moyenne et d’écart-type .  
La probabilité est l’aire sous la courbe dessinée en bleu ci-contre.

🖎Propriété : Si une variable aléatoire suit une loi normale d’espérance et d’écart-type de fonction de densité alors :   
la courbe représentative de est symétrique par rapport à la droite d’équation et l’aire entre cette courbe et l’axe des abscisses est finie égale à ;  
pour tout réel , la limite   
existe et est finie ; cette limite est la probabilité de l’évènement «  » ;

🖳 [Exemple de représentation graphique de la loi normale](http://math.baudon.free.fr/content/TSTI/12%20Loi%20Normale/exemple-loi-normale.php). (https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/74/GeoGebra_icon_geogebra.png [Fichier géogébra](http://math.baudon.free.fr/content/TSTI/12%20Loi%20Normale/exempleloinormale.ggb))

🖳 Calcul de probabilités d’une loi normale à l’aide de la calculatrice :

Lorsque suit une loi normale d’espérance et d’écart-type ,   
Pour obtenir la probabilité :

* Avec les TI en allant dans le menu DIST, on utilise la 2ème fonction : .
* Avec les Casio dans le menu Stat puis DIST et NORM et enfin Cdp, 

Le problème qui se pose pour le calcul des probabilités des événements du type «  » est que la calculatrice ne donne que la probabilité des évènements de la forme «  ».   
  
Première méthode : Pour se faire, on utilise le fait que .  
Donc pour calculer il faut faire deux cas :   
 - Si on calculera   
 - Si on calculera

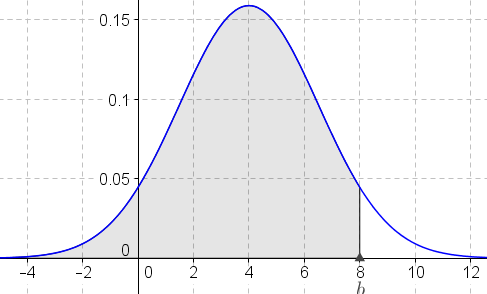
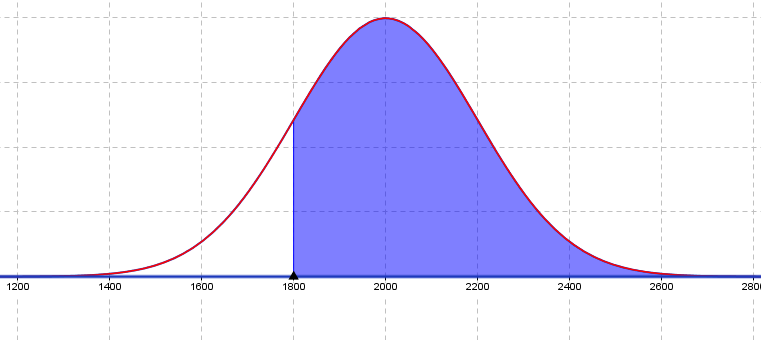
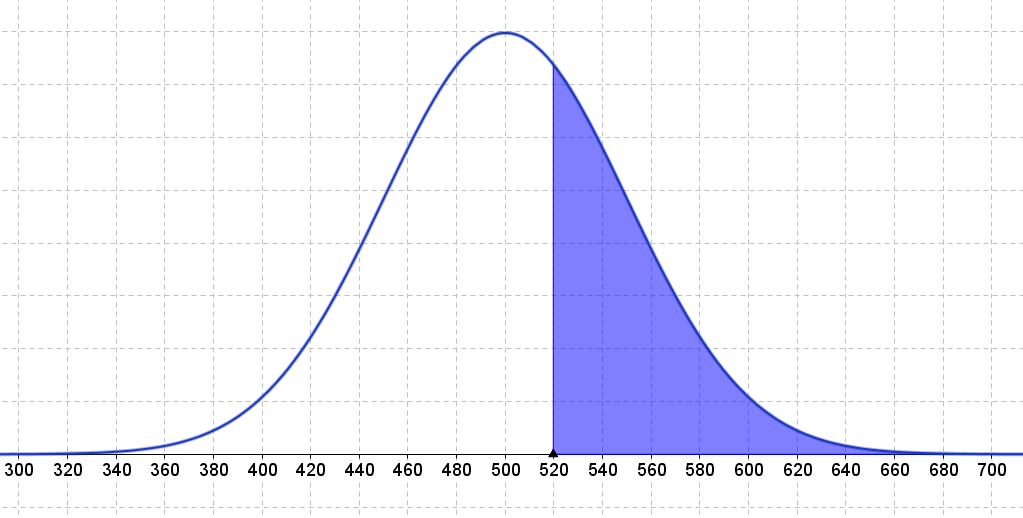
Autre méthode : sans faire de découpage à l’aide la moyenne, il suffit de rentrer dans la calculatrice :   
Donne des approximations suffisamment fines pour résoudre les problèmes posés.

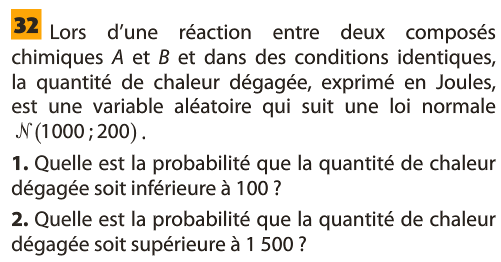
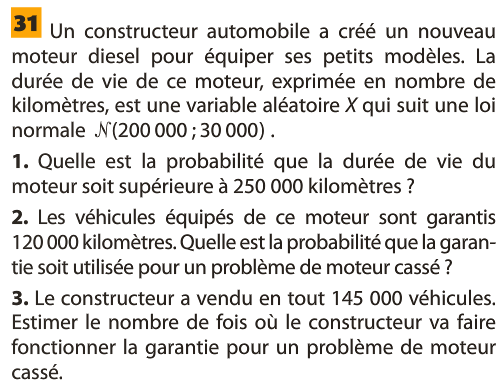
* 1. **Les intervalles à « 1, 2 ou 3 sigma »**

**🖎**Théorème : Si une variable aléatoire suit une loi normale d’espérance et d’écart-type alors :   
 (arrondis au centième)  
 (arrondis au centième)  
 (arrondis au millième)

* 1. **Approximation de la loi binomiale par la loi normale**

**🖎**Théorème : Pour « assez grand » et une probabilité vérifiant : et , alors on peut approcher la loi binomiale de paramètre par la loi normale d’espérance et d’écart-type .

1. Exercice
2.    
     
   Chaque graphique est une représentation d’une loi normale.   
   Donner la valeur de l’espérance et la façon de calculer la probabilité demandée :
3. 1. ;
   2. ;
   3. 
4. 1. ;
   2. ;
   3. 



1. Une entreprise fabrique des condensateurs de capacité affichée égale à .  
   On note la variable aléatoire qui associe, à un condensateur choisi au hassard dans la production, sa capacité réelle en . On admet que suit une loi normale d’espérance et d’écart-type . On prélève au hasard un condensateur dans la production.  
   Déterminer, à près, la probabilité que sa capacité réelle soit :
2. Comprise entre et  ;
3. Inférieure ou égale à  ;
4. Supérieure ou égale à .  
   une capacité inférieur à 12.

Une usine fabrique en grande série des disques de diamètre théorique . On note la variable aléatoire qui, à tout disque produit, associe son diamètre en . On admet que suit une loi normale d’espérance et d’écart-type . On tire au hasard un disque dans la production.  
Déterminer, à près, la probabilité que son diamètre réel soit :

1. Supérieur ou égal à  ;
2. Inférieur ou égal à ;
3. Compris entre et

Une entreprise fabrique des plaques de forme carrée en grande quantité. On note la variable aléatoire qui, à chaque plaque de ce type prélevée au hasard dans le stock, associe la longueur de son côté. On suppose que la variable aléatoire suit la loi normale d’espérance 550 et d’écart-type 1.

1. Calculer la probabilité qu’une plaque ait un côté de longueur inférieur à 549,6 mm.
2. Calculer la probabilité qu’une plaque ait un côté de longueur supérieur à 550,8 mm.
3. Une plaque est conforme si la longueur de son côté, que l’on exprime en millimètre, appartient à l’intervalle . Calculer la probabilité qu’une plaque soit conforme.