

I. Observation graphique

Dans le logiciel Géogebra

a. Tracer deux curseurs :

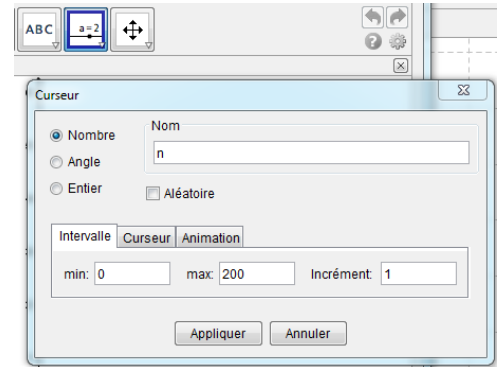
- i.  $n$  d'entier naturel compris entre 0 et 200.
- ii.  $p$  un nombre réel entre 0 et 1 avec un pas de 0,01.

b. Tracer l'histogramme de la loi binomiale de paramètre  $n$  et  $p$ .

Que remarque-t-on sur la forme de ces histogrammes ?

c. Tracer ensuite la loi normale d'espérance  $m = np$  et d'écart-type  $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$ .

d. En faisant varier  $n$  et  $p$ , que constate-t-on ?



Au vue de ces constations, on donne un théorème d'approximation de la loi binomiale par la loi normale :

**Théorème** : Pour  $n$  « assez grand » ( $n \geq 30$ ) tels que  $np > 5$  et  $n(1-p) \geq 5$ , alors on peut approcher la loi binomiale de paramètre  $\mathcal{B}(n, p)$  par la loi normale d'espérance  $m = np$  et d'écart-type  $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$ .

II. Application en utilisant l'outil calcul de probabilité dans le tableur de Géogebra  
Résoudre les exercices suivants :

Exercice 1 : Dans une usine de conditionnement, une machine remplit à la chaîne des bouteilles d'un certain liquide. On note  $E$  l'événement « une bouteille prélevée au hasard dans un stock important est conforme au cahier des charges ». On suppose que la probabilité de  $E$  est 0,9. On prélève au hasard 500 bouteilles dans le stock pour vérification. On suppose que le stock est suffisamment important pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise. On considère la variable aléatoire  $X$  qui à chaque prélèvement de 500 bouteilles, associe le nombre de bouteilles conformes.

- a) Justifier que  $X$  suit une loi binomiale  $\mathcal{B}(n, p)$  dont on précisera les paramètres.
- b) Justifier que cette loi binomiale peut être approché par une loi normale  $\mathcal{N}(m, \sigma)$ .  
Préciser les valeurs des paramètres  $\mu$  et  $\sigma$ . (Donner la valeur arrondie de  $\sigma$  à 0,01 près.)

- c) En utilisant cette approximation, déterminer la probabilité qu'il y ait au moins 460 bouteilles conforme dans le prélèvement. 5 donner la valeur arrondie à  $10^{-2}$  près.)

Exercice 2 : une entreprise fabrique et commercialise des composants électroniques. On sait que 5% des composants produits par l'entreprise sont défectueux.

1. L'entreprise vend ces composants à des grossistes par lot de 150. On assimile le choix des 150 composants d'un lots à des tirages successifs avec remise. On note  $X$  la variable aléatoire qui, à un lot, associe le nombre de composant défectueux.
  - a. Justifier le fait que la variable aléatoire  $X$  suit une loi binomiale, et donner les paramètres de cette loi.
  - b. Donner l'espérance et l'écart-type de la variable aléatoire  $X$ . Donner l'écart-type arrondie à  $10^{-3}$  près.
2. L'entreprise vend les composants à des sociétés d'import-export par lot de 1 500 composants. On assimile le choix de 1 500 Composants à des tirages successifs avec remise.
  - a. La variable aléatoire qui comptabilise le nombre de composant défectueux dans un lot suit une loi binomiale de paramètre  $n$  et  $p$ . Donner ces paramètres.
  - b. Justifier que cette variable aléatoire peut être approchée par une loi normale et préciser les paramètres de cette loi.
  - c. En utilisant cette approximation, déterminer, au millième près, la probabilité d'avoir :
    - au plus 60 composants défectueux dans un lot ;
    - entre 70 et 80 composants défectueux dans un lot.