

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 1 + \sin(2x)$.

1. Déterminer une primitive F de la fonction f .

2. Calculer $V_m = \frac{1}{\pi} (F(\pi) - F(0))$

V_m est appelé la valeur moyenne de la fonction f sur $[0, \pi]$

3. a) Vérifier que, pour tout x de \mathbb{R} , $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 4x}{2}$.

b) Calculer $(f(x))^2$

c) A l'aide de a), déterminer une primitive G de $(f(x))^2$.

d) Calculer $A = \frac{1}{\pi} (G(\pi) - G(0))$. Vérifier que $a = \sqrt{A} = \sqrt{\frac{3}{2}}$.

A est la valeur efficace de la fonction f sur $[0, \pi]$.

On donne

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1$$