

76 ** Logarithme décimal et intensité sonore

Partie A. Quelques propriétés du logarithme décimal

La notation \log désigne le logarithme décimal. Par définition, pour tout nombre réel strictement positif x ,

$$\log x = \frac{\ln x}{\ln 10}.$$

1. Montrer que pour tout nombre réel strictement positif x et tout nombre entier n , $n = \log x$ si et seulement si $x = 10^n$.

On admet que pour tout nombre réel strictement positif x et tout nombre réel y , $x = 10^y$ si et seulement si $y = \log x$.

2. Montrer que pour tout nombre réel strictement positif a et tout nombre réel strictement positif b ,

$$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b.$$

On admet que $\log(ab) = \log a + \log b$ et $\log(a^n) = n \log a$ (n étant un nombre entier).

Partie B. Mesure du niveau sonore en décibels

L'intensité sonore I d'un son caractérise le volume de ce son. L'unité de mesure de l'intensité sonore est le watt par mètre carré ($\text{W} \cdot \text{m}^2$). Le niveau sonore N de ce son est donné par la relation $N = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$, où \log désigne le logarithme décimal et I_0 est une intensité sonore de référence.

Le niveau sonore ainsi calculé est exprimé en décibel (dB), lorsque l'intensité sonore de référence I_0 est choisie égale à $10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^2$.

1. On considère deux sons. Le premier d'intensité sonore I_1 et de niveau sonore N_1 , et le second d'intensité sonore I_2 et de niveau sonore N_2 .

On suppose que $I_2 = 2I_1$. Calculer $N_2 - N_1$ (donner un résultat arrondi au dixième).

2. On considère le niveau sonore $N = 50 \text{ dB}$ d'une bibliothèque, et celui $N' = 110 \text{ dB}$ d'une discothèque. On note I et I' les intensités sonores respectives de ces deux lieux.

a) Montrer que $\log\left(\frac{I'}{I}\right) = 6$.

b) Déterminer la valeur de $\frac{I'}{I}$.

3. a) À l'aide de la relation : $N = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$, exprimer l'intensité sonore I en fonction du niveau sonore N .

b) On estime à 120 dB le niveau sonore d'une vuvuzela (mesuré à 2 m de la source). Quelle est l'intensité sonore de cette vuvuzela ?