

~ Devoir surveillé 5 ~
29 mai 2013

EXERCICE 1

8 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Les quatre questions sont indépendantes.

Pour chaque question, quatre réponses ou affirmations sont proposées, dont une seule est juste. Le candidat mentionnera le numéro de la question, et la lettre correspondant à la réponse juste. Aucune justification n'est demandée.

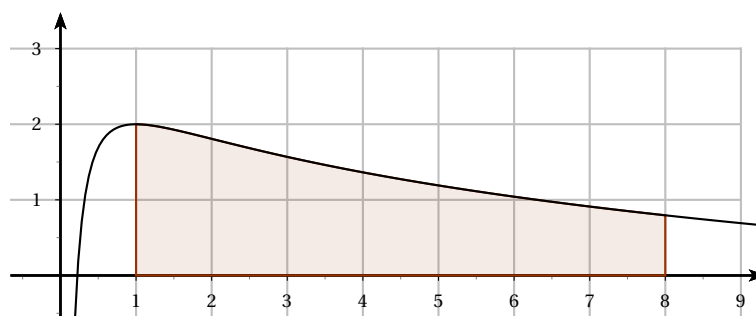
Une bonne réponse rapporte deux points, l'absence de réponse ou une mauvaise réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

Question 1

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par

$$f(x) = -\frac{1}{x} - \ln(x) + 3$$

représenter dans le graphique ci-dessous :



Quelle est la valeur de $\int_1^8 f(x)dx$?

Réponse A : 9,28

Réponse B : $28 - 27\ln(2)$

Réponse C : -10,14

Réponse D : $4682 \cdot \pi$

Question 2

On admet que la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul par :

$$u_n = \frac{\cos^2(n)}{n}$$

admet pour 0 pour limite.

Il existe un entier naturel N tel que u_N soit :

Réponse A : inférieur à -10^{10}

Réponse B : inférieur à 10^{-10}

Réponse C : supérieur à 10^{10}

Réponse D : supérieur à e^{10}

Question 3

Une solution de l'équation différentielle

$$y' + 9y = 0$$

est :

Réponse A : $10e^{-9x}$

Réponse B : $9e^{9x}$

Réponse C : $2\cos(9x) - 3\sin(9x)$

Réponse D : $\cos(9x) + \sin(9x)$

Question 4

On considère une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance 8 et d'écart-type 1. Alors un intervalle de fluctuation des fréquences au seuil de 95 % est :

Réponse A : [7 ; 9]**Réponse B** : [6 ; 10]**Réponse C** : [5 ; 11]**Réponse D** : [4 ; 12]**EXERCICE 2****12 points**

L'entreprise *Fructidoux* fabrique des compotes qu'elle conditionne en petits pots de 50 grammes. Elle souhaite leur attribuer la dénomination « compote allégée ».

La législation impose alors que la teneur en sucre, c'est-à-dire la proportion de sucre dans la compote, soit comprise entre 0,16 et 0,18. On dit dans ce cas que le petit pot de compote est conforme.

L'entreprise possède deux chaînes de fabrication F_1 et F_2 .

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

On considère que la probabilité qu'un pot prélevé au hasard dans la production de la chaîne de fabrication F_1 soit conforme est de 0,9.

On note N la variable aléatoire qui à un tirage de 1000 pots de compotes dans la production de la chaîne F_1 associe le nombre de pots conforme.

1. On admet que N suit une loi binomiale. Donner les paramètres de cette loi.
2. Justifier que l'on puisse approcher cette loi par une loi normale dont on précisera ces paramètres.

Partie B

On note X la variable aléatoire qui, à un petit pot pris au hasard dans la production de la chaîne F_1 , associe sa teneur en sucre.

On suppose que X suit la loi normale d'espérance $m_1 = 0,17$ et d'écart-type $\sigma_1 = 0,006$.

Dans la suite, on pourra utiliser le tableau ci-dessous.

α	β	$P(\alpha \leq X \leq \beta)$
0,13	0,15	0,000 4
0,14	0,16	0,047 8
0,15	0,17	0,499 6
0,16	0,18	0,904 4
0,17	0,19	0,499 6
0,18	0,20	0,047 8
0,19	0,21	0,000 4

1. Donner une valeur approchée à 10^{-4} près de la probabilité qu'un petit pot prélevé au hasard dans la production de la chaîne F_1 soit conforme.
2. On note Y la variable aléatoire qui, à un petit pot pris au hasard dans la production de la chaîne F_2 , associe sa teneur en sucre.
On suppose que Y suit la loi normale d'espérance $m_2 = 0,17$ et d'écart-type σ_2 .
On suppose de plus que la probabilité qu'un petit pot prélevé au hasard dans la production de la chaîne F_2 soit conforme est égale à 0,997.

a. Réécrire sous une formule mathématique la phrase précédente.

- b. En utilisant un intervalle de fluctuation « à 3σ » déterminer une valeur de σ_2 à 10^{-3} près.

On rappelle que pour une variable X suivant une loi normale d'espérance m et d'écart-type σ la probabilité que la variable X soit dans l'intervalle $[m - 3\sigma ; m + 3\sigma]$ est de 0,997.

C'est-à-dire $P(m - 3\sigma \leq X \leq m + 3\sigma) \simeq 0,997$