

## I. Equation différentielle du type $y' + ay = b$ .

### a. Cas de l'équation homogène $y' + ay = 0$

**Théorème** : Soit l'équation différentielle  $y' + ay = 0$ , où  $a$  est un nombre réel et où  $y$  est une fonction de la variable  $x$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

Les solutions de cette équation sont les fonctions de la forme

$$x \mapsto \lambda e^{-ax},$$

où  $\lambda$  est une constante réelle.

### b. Cas de l'équation $y' + ay = b$

**Théorème** : Soit l'équation différentielle  $y' + ay = b$ , où  $a$  et  $b$  sont deux réels, avec  $a \neq 0$ , et où  $y$  est une fonction de la variable  $x$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

Les solutions de cette équation sont les fonctions de la forme

$$x \mapsto \lambda e^{-ax} + \frac{b}{a},$$

où  $\lambda$  est une constante réelle.

**Théorème** : Soit  $x_0$  et  $y_0$  deux réels. L'équation différentielle  $y' + ay = b$ , où  $a$  et  $b$  sont deux réels, avec  $a \neq 0$ , admet une unique solution  $f$  vérifiant la condition  $f(x_0) = y_0$ .

## II. Equation différentielle du type $y'' + \omega^2 y = 0$ .

### a. Cas de l'équation $y'' + \omega^2 y = 0$

**Théorème** : Soit l'équation différentielle  $y'' + \omega^2 y = 0$ , où  $\omega$  est un nombre réel non nul et où  $y$  est une fonction de la variable  $x$  définie et deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

Les solutions de cette équation sont les fonctions de la forme

$$x \mapsto \lambda \cos \omega x + \mu \sin \omega x,$$

où  $\lambda$  et  $\mu$  sont des constantes réelles.

### b. Solution vérifiant des conditions initiales

**Théorème** : Soient  $x_0, y_0$  et  $y_1$  trois réels. L'équation différentielle  $y'' + \omega^2 y = 0$ , où  $\omega$  est un nombre réel non nul, admet une unique solution  $f$  vérifiant les conditions :

$$f(x_0) = y_0 \text{ et } f'(x_0) = y_1.$$