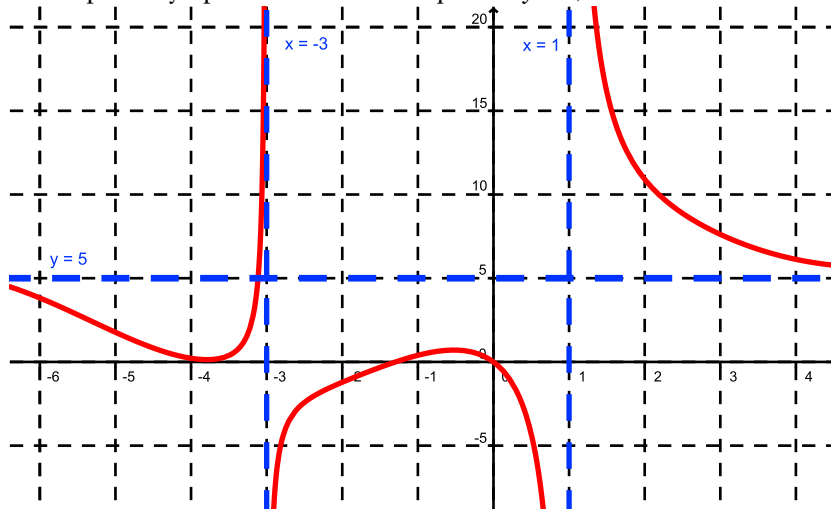


Devoir surveillé n°2 - Terminale STI2D SIN

EXERCICE 1

3 points

Dans le graphique suivant, courbe de la représentation graphique de la fonction f admet pour asymptotes les droites d'équation $y = 5$, $x = -3$ et $x = 1$.



À l'aide du graphique déterminer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
2. $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$
 $x < -3$
3. $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$
 $x > -3$
4. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
 $x < 1$
5. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
 $x > 1$
6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

EXERCICE 2

3 points

Soit la fonction f définie sur $] -\infty ; 2[\cup] 2 ; +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}$$

1. Avec la calculatrice conjecturer les limites de la fonction f suivantes :
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.
 $x < 2$ $x > 2$
2. En déduire l'équation d'une asymptote.

EXERCICE 3**6 points**Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = x^2 - 2x$$

1. Calculer la fonction dérivée de f et établir le tableau de variation de f .
2.
 - a. À la calculatrice, établir un tableau de valeurs de f à partir de 0 avec un pas de 10.
 - b. En déduire un réel x à partir duquel $f(x) > 10^3$.
 - c. En modifiant le pas du tableau, déterminer un réel x à partir duquel $f(x) > 10^6$.
 - d. Émettre une conjecture sur la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$.
3.
 - a. Soit k un entier naturel. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 10^k$? Justifier qu'il existe une valeur de x (que l'on exprimera en fonction de k) à partir de laquelle $f(x) > 10^k$.
 - b. Que peut-on en déduire sur la limite de f en $+\infty$?

EXERCICE 4**4 points**

1. Pour chaque fonction f déterminer l'ensemble des primitives des fonctions suivantes sur l'intervalle I :
 - a. $f(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2} \quad I = \mathbb{R}$
 - b. $f(x) = 7(7x + 1)^5 \quad I = \mathbb{R}$
 - c. $f(x) = x + 2 - \frac{1}{(x + 7)^2} \quad I =]-7; +\infty[$
2. Pour chaque fonction f déterminer l'unique primitive vérifiant $F(0) = 0$ des fonction suivantes sur l'intervalle I :
 - a. $f(x) = 6(3x - 1)^3 \quad I = \mathbb{R}$
 - b. $f(x) = -\frac{x^5}{5} + x^3 + 2 \quad I = \mathbb{R}$

EXERCICE 5**4 points**Soit x un nombre réel.

1. En utilisant les formules de trigonométrie écrire en fonction de $\cos x$ et $\sin x$
 - a. $\cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$.
 - b. $\sin\left(x - \frac{5\pi}{6}\right)$.
 - c. $-2 \cos\left(x - \frac{7\pi}{4}\right)$.
 - d. $-\sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$.
2. On veut calculer la valeur exacte de $\cos \frac{\pi}{12}$.
 - a. En remarquant que $\frac{\pi}{6} = 2 \times \frac{\pi}{12}$, calculer la valeur exacte de $\cos^2 \frac{\pi}{12}$.
 - b. Conclure.