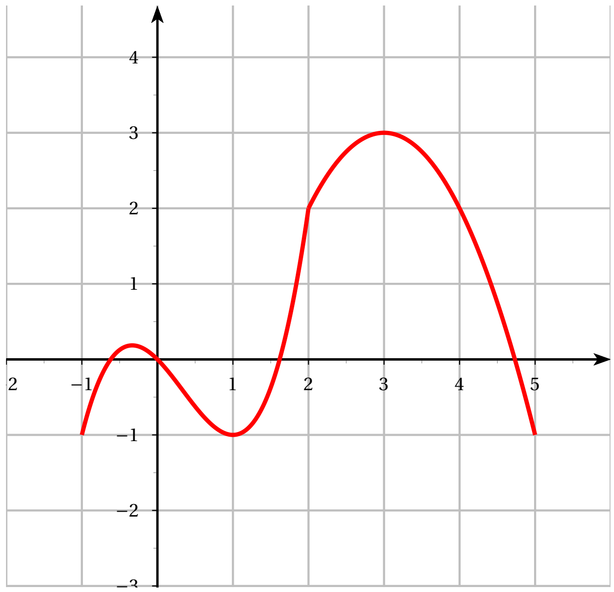
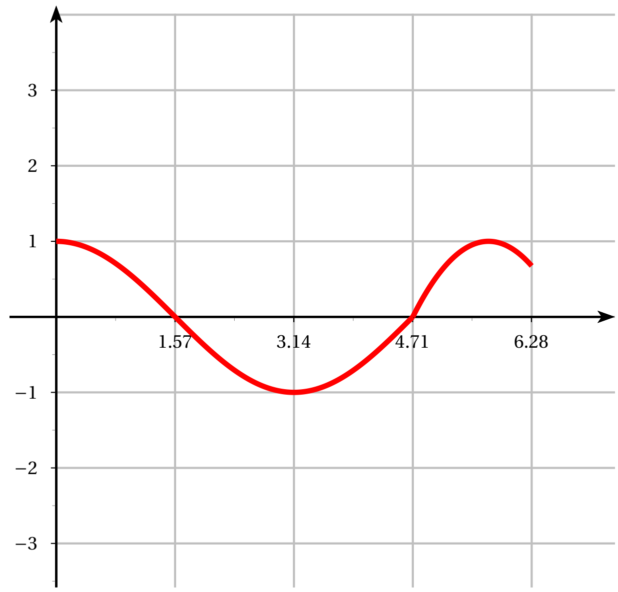
Exercice 1

Donner les tableaux de variations des courbes suivantes :

1.



2.



Exercice 2

Pour chaque tableau de variation, tracer une fonction qui correspond.

1.

x	-1		2		4
$f(x)$	5	↘	-2	↗	0

2.

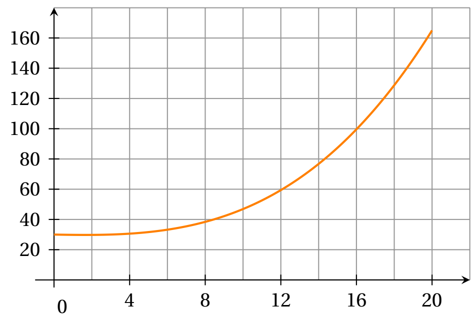
x	-2		0		2		4		6
$f(x)$	1	↘	0	↗	1	→	1	↘	-2

3.

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$		2π
$\cos(x)$	1	↘	0	↘	-1	↗	0	↗	1

4. Dans chaque cas entouré en rouge le maximum et en vert le minimum.

Exercice 3
L'entreprise Flora commercialise des vases en porcelaine. Par an, elle confectionne entre 0 et 20 000 vases.
Le coût total de production f, exprimé en centaines d'euros, est fonction du nombre de vases fabriqués, en milliers.
Le graphique ci-dessous présente la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f dans un repère d'origine O du graphique ci-dessous.



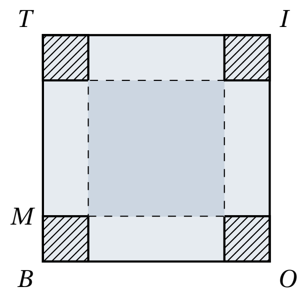
1. **a.** Quel est le coût total de production de 10 000 objets ?
   b. Quelle quantité maximale d'objets est-il possible de produire pour un coût total inférieur à 14 000 € ?
2. Le coût moyen h est donné sur l'intervalle $]0;20]$ par $h(x) = \dfrac{f(x)}{x}$.
   a. Estimer $h(5)$.
   b. Tracer sur le même graphique que $\mathscr{C}$ la représentation graphique du coût moyen.
   c. Estimer le nombre d'objets à fabriquer pour obtenir un coût moyen minimal.

Exercice 4
Lorsqu'un danger surgit sur la route, un laps de temps s'écoule entre la perception du danger par le conducteur et l'action musculaire de freiner. Il est appelé le temps de réaction. Sa durée est estimée à 1 seconde.
Pendant le temps de réaction, le véhicule continue à la même vitesse et parcourt une distance appelée distance de réaction.
La distance totale nécessaire au véhicule pour s'arrêter s'appelle la distance d'arrêt du véhicule. Elle s'obtient en ajoutant, à la distance de réaction, la distance de freinage, c'est-à-dire la distance parcourue entre le moment où commence le freinage et le moment où le véhicule s'arrête.
Pour la suite de l'exercice, on appellera d la fonction qui lie la vitesse en km/h à la distance de freinage, en mètre.

Sur route sèche, des études ont prouvé que la fonction d définie par $d(v) = \dfrac{v^2}{205}$.

1. Donner les distances d'arrêt pour les vitesses (en km/h) suivantes : 30 ; 50 ; 90 ; 110 ; 130.
2. Un automobiliste roule en ville. Un ballon rebondit à 15 m de son véhicule. Il s'arrête en urgence.
   Quelle vitesse ne devait-il pas dépasser pour éviter la collision ?
3. Par temps de pluie, la fonction d est définie par $d(v) = \dfrac{v^2}{102}$.
   Reprendre les questions précédentes.

Exercice 5
On considère un carré de côté 15 cm.
Dans chaque coin, on découpe un même carré pour obtenir le patron d'une boîte sans couvercle.



Partie A : un patron

1. Construire une boîte en choisissant $BM = 3$ cm. Calculer son volume.
2. Peut-on réaliser une boîte en choisissant $BM = 8$ cm ? Expliquer.

Partie B : une fonction
On appelle $\mathscr{V}$ la fonction qui à BM, donnée en cm, associe le volume (en cm³) de la boîte sans couvercle.

1. Déterminer l'expression de la fonction $\mathscr{V}$.
2. Quel est l'ensemble de définition de $\mathscr{V}$?
3. A l'aide de votre calculatrice ou d'un logiciel, tracer la courbe de V sur son ensemble de définition.
4. Résoudre graphiquement l'inéquation $\mathscr{V}(x) \geqslant 100$.
5. Le volume de cette boîte peut-il dépasser 1 dl ? Si oui, donner les dimensions d'une boîte vérifiant cette condition. Si non, expliquer pourquoi.

Exercice 6. (*Petit problème*) Jérémie est en vacance. Il contacte l'agence de voyage « ALAVOILE » pour préparer une croisière en voilier au départ de Fort de France (Martinique). L'agence lui propose deux formules :

- Formule A : 75 € par jour de croisière.
- Formule B : un forfait de 450 € puis 25 € par journée de croisière.

Quelle formule est la plus avantageuse ?

Exercice 7. (*Résolution algébrique avec la bonne expression*) Voici l'affichage du résultat de mon logiciel de calcul formel favori (Nous utiliserons Xcas). La première ligne (précédée de « > ») est la ligne de commande entrée par l'utilisateur, le « ; » fini une suite de commande, la première suite de commande définie la fonction f par $f(x) = 4(x-5)^2 - 9$, « factor » factorise l'expression, « expand » la développe.

> $f := x \to 4(x-5)^2 - 9;\ f(x);\ factor(f(x));\ expand(f(x));$

$$f := x \to 4\,(x-5)^2 - 9$$

$$4\,(x-5)^2 - 9$$

$$(2\,x-7)\,(2\,x-13)$$

$$4\,x^2 - 40\,x + 91$$

1. Quelle est l'expression factorisée ?
   Quelle est l'expression développée ?
   La troisième expression se nomme la forme canonique.
2. En développant la forme factorisée et la forme canonique vérifiez que l'on tombe bien sur la dernière forme.
3. Dans chaque situation, choisir la forme la plus appropriée pour répondre à la question posée :
   a. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
   b. Calculer $f(0)$.
   c. Déterminer les antécédents de -9.
   d. Calculer l'image de $\sqrt{2}$.
   e. Résoudre l'équation $f(x) = 91$.
4. L'affichage suivant donne les réponses de la question précédente, vérifiez vos résultats :

   > $solve(f(x)=0,x);\ f(0);\ solve(f(x)=-9,x);\ expand(f(\mathrm{sqrt}(2)));\ solve(f(x)=91,x);$

$$\frac{13}{2}, \frac{7}{2}$$

$$91$$

$$5$$

$$99 - 40\sqrt{2}$$

$$0, 10$$

5. Avec prise d'initiative : Résoudre l'inéquation $f(x) > 91$.