Exercice 1

Soient les fonctions $f(x) = 8 - x^3$ et $g(x) = -4x + 8$ représentées ci-dessous.

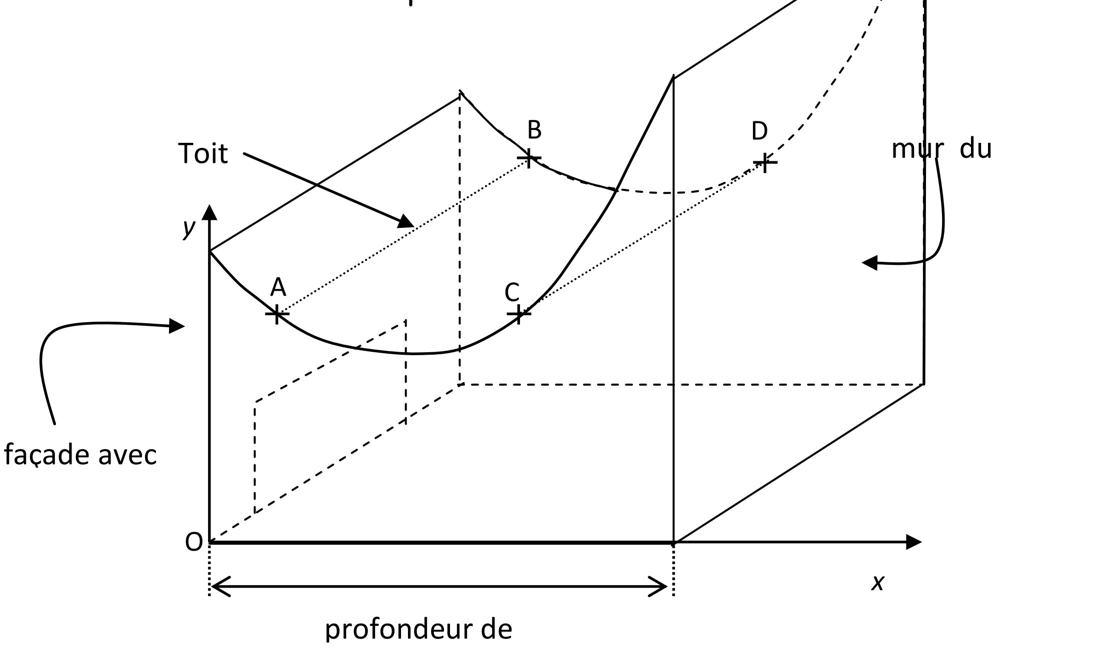
1. a. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
b. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$.
2. Factoriser l'expression $f(x) - g(x)$.
3. Résoudre alors par le calcul l'équation et l'inéquation du 1.

Exercice 2 On considère les fonctions f et g définie par :

$$f(x) = x^2 - 4x + 1 \quad \text{et} \quad g(x) = x + 1.$$

1. Vrai Faux (Justifier) :
   a. Le point A de coordonnées $(1\,;0)$ appartient à la courbe représentative de la fonction f.
   b. L'équation $g(x) = 6$ admet pour solution 5.
   c. Un antécédent de 1 par la fonction f est 4.
   d. L'inéquation $g(x) \geq 0$ admet pour ensemble des solutions l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
2. A la calculatrice, tracer les fonctions f et g et conjecturer la ou les solution(s) de l'équation $f(x) = g(x)$.
3. Retrouver par le calcul le résultat de la conjecture de la question 1.

Exercice 3 Le schéma ci-dessous représente le bâtiment d'un hall d'expositions.



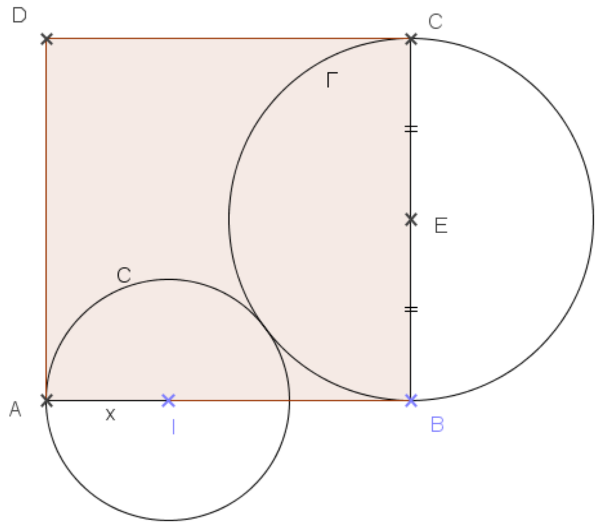
Sur le schéma, la vue de face est munie du repère orthonormal (Ox, Oy), où l'unité de longueur est le mètre.

Le profil du plafond correspond alors à la courbe représentative de la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 20] par :

$$f(x) = 0{,}05x^2 - 0{,}8x + 8.$$

1. Etude de fonction.
   a. Déterminer le sens de variation de la fonction f.
   b. Pour quelle valeur de x, f est-elle minimale ? On notera α cette valeur.
   c. Calculer $f(\alpha)$. A quoi correspond cette valeur pour le hall d'expositions ?
2. Tracer la courbe représentative de la fonction f à l'échelle 1/100.
   a. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 6$. Laisser apparents les traits permettant la lecture.
   b. Le hall d'exposition est éclairé par deux rangées de points lumineux ancrés dans le plafond à la hauteur de 6 m ; elles sont représentées sur le schéma par les segments [AB] et [CD].
   Déduire de ce qui précède les coordonnées des points A et C, exprimées en mètre et arrondies au centimètre.

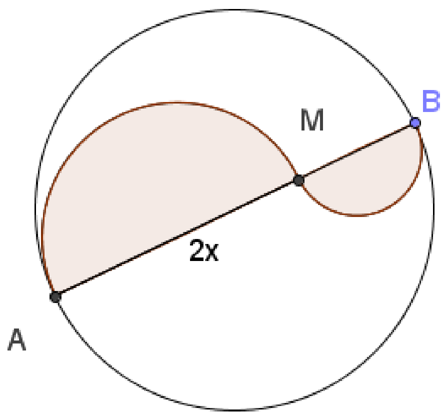
Exercice 4



$ABCD$ est un carrée de coté 6 cm et E est le milieu du côté $[BC]$.
I est un point quelconque du segment $[AB]$ distinct de A et B. On note $AI = x$ (en cm).
$\mathcal{C}$ est le cercle de centre I qui passe par A.
Γ est le cercle de diamètre $[BC]$.
On se propose de chercher s'il existe un point I tel que $\mathcal{C}$ et Γ soient tangents.

1. Exprimer IE^2 en fonction de x, puis vérifier que $\mathcal{C}$ et Γ sont tangents lorsque :
$$(x+3)^2 = (6-x)^2 + 3^2.$$
On utilisera le fait que deux cercles sont tangents extérieurement lorsque la distance des centres (EI ici) est égale à la somme des rayons.
2. Résoudre cette équation.
3. Conclure : Existe-t-il un point I de $[AB]$ tel que $\mathcal{C}$ et Γ soient tangents ? Si oui, lequel ou lesquels ?

Exercice 5



Sur un diamètre [AB] d'un cercle de rayon 4 cm, on marque un point M. On désigne par 2x, avec $0 \leq x \leq 4$, la longueur de AM.

On trace deux demi-cercles de part et d'autre de (AB), de diamètre [AM] pour l'un et [BM] pour l'autre.
Exprimer l'aire de la partie hachurée et déterminer pour quelle valeur de x cette aire est minimum.