

Le parallélogramme tournant.

Un rectangle $ABCD$ est tel que $AB = 5$ et $BC = 3$. M est un point du segment $[AB]$. On construit les points N, P et Q respectivement sur $[BC], [CD]$ de $[DA]$ tels que $AM = BN = CP = DQ$.

On veut étudier la façon dont l'aire du quadrilatère $MNPQ$ varie suivant la position du point M sur $[AB]$, et savoir en particulier pour quelle position de M l'aire du quadrilatère $MNPQ$ est minimale.

A. Conjecture et géogébra

1. Tracer le « VRAI » rectangle $ABCD$:

Il s'agit d'utiliser l'outil *cercle (centre rayon)* pour définir les longueurs.

Ainsi que l'outil *droite perpendiculaire passant par un point* afin de définir correctement les angles droits.

2. Placer ensuite le point M :

a. On définit d'abord un *curseur a* de valeurs positives que l'on précisera plus tard...

b. On trace ensuite un *cercle* de centre A et de rayon le curseur a .

Puis on place le point M à l'intersection de ce cercle et du segment $[AB]$.

3. On répète ensuite l'étape 2.b. sur les point B, C et D pour placer les points N, P et Q .

4. J, k ; ;

5. En déplaçant le curseur a , donner les valeurs de x pour laquelle le parallélogramme est bien définit :

6. On trace ensuite le point E de coordonnées $(a, poly2)$

(poly2 étant le parallélogramme $MNPQ$).

7. Après avoir fait un clique-droit sur E et activé la trace. Déplacer le curseur a et conjecturer un réponse à la question.

B. Ebauche de démonstration :

On note x la distance AM .

1. Tracer la figure pour une valeur de x , que l'on précisera, de l'intervalle donner au A.5.

2. Donner l'aire du rectangle $ABCD$.

3. Donner en fonction de x l'aire des triangles AMQ, CPN . Puis l'aire des triangles BMN et DPQ .

4. En déduire en fonction de x que l'aire du parallélogramme tournant est donner par :

$$f(x) = 2x^2 - 8x + 15.$$

5. En utilisant l'outil de calcul formel fourni dans géogébra donner la forme canonique $FormeCanonique[2x^2-8x+15]$ de la fonction précédente.....

Que constate-t-on ?.....

6. Tracer cette fonction dans le précédent géogébra ou sur la calculatrice.

En utilisant l'outil minimum valider la conjecture obtenu au A.