I. Fonction inverse

Définition : La fonction définie sur $\mathbb{R}^*$, qui à tout réel x associe son inverse $\frac{1}{x}$ est appelée fonction inverse.

a. Sens de variation de la fonction inverse

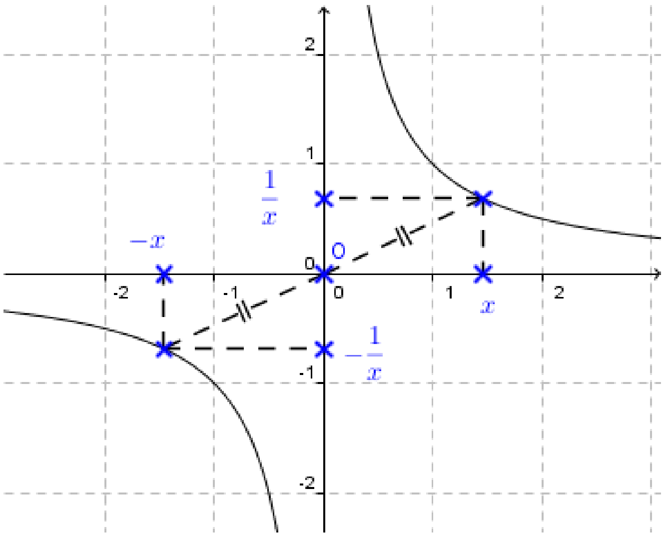
Propriété : La fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ est décroissante sur $]-\infty\,;0[$ et croissante sur $]0\,;+\infty[$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	||	$\searrow$

b. Représentation graphique de la fonction inverse

Définition : Dans un repère, la représentation graphique de la fonction inverse est appelée hyperbole.

Propriété : Dans un repère d'origine O, l'hyperbole $\mathcal{H}$ représentant la fonction inverse est symétrique par rapport à O.



II. Fonctions homographiques.

a. Définition

Définition : On appelle fonction homographique, toute fonction f définie sur $\left]-\infty\,;\,-\frac{d}{c}\right[\cup\left]-\frac{d}{c}\,;\,+\infty\right[$ par

$$f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$$

où a, b, c et d sont trois nombres connus, avec c non nuls.

Exemples :

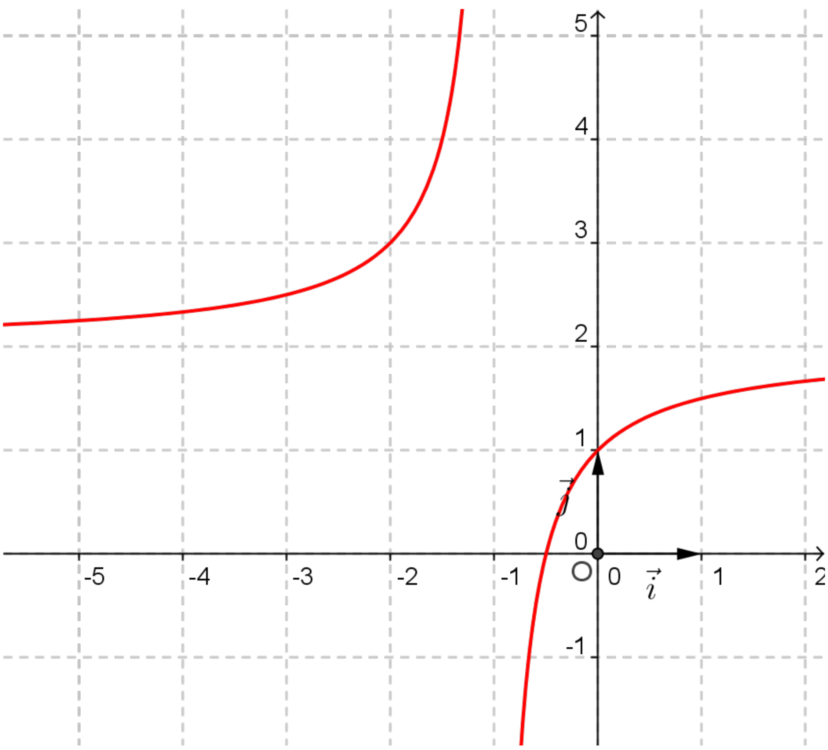
$$f(x)=\frac{2x+1}{x+1} \quad \mathcal{D}_f =]-\infty\,;\,-1[\cup]-1\,;\,+\infty[\;(a=2, b=1, c=1\ et\ d=1)$$

$$g(x)=\frac{2(x+1)}{7x-1}\ \mathcal{D}_g=\left]-\infty\,;\frac{1}{7}\right[\cup\left]\frac{1}{7}\,;\,+\infty\right[$$

b. Représentation graphique

Propriété : Dans un repère orthogonal d'origine O, la représentation graphique d'une fonction homographique est une hyperbole.

Exemple : la fonction f définie par : $f(x)=\frac{2x+1}{x+1}$ $\mathcal{D}_f =]-\infty\,;\,-1[\cup]-1\,;\,+\infty[$ se représente graphiquement.



Propriété : Le centre de symétrie de l'hyperbole a pour coordonnée $\left(-\frac{d}{c}\,;\frac{a}{c}\right)$.