

1. Ecriture fractionnaire

Définition : Soient a et b deux nombres, avec b différent de 0.

Le **quotient** de a par b est le nombre qui, multiplié par b , donne a , c'est-à-dire

$$\frac{a}{b} \times b = a.$$

On le note $a : b$ ou $\frac{a}{b}$.

Exemple : $\frac{36}{9} = 36 : 9 = 4$

Définition : L'écriture est une **écriture fractionnaire**.

a est le **numérateur** et b est le **dénominateur**

Si a et b sont des nombres entiers, l'écriture est une **fraction**.

Exemple : $\frac{5}{4}$ est une fraction mais $\frac{5,7}{3,6}$ n'est pas une fraction.

Remarque : Certaines fractions ont une **écriture décimale**.

Exemples: $\frac{1}{10} = 0,1$; $\frac{1}{2} = 0,5$; $\frac{1}{4} = 0,25$ mais $\frac{53}{7}$ n'est pas un nombre décimal car la division de 53 par 7 ne se termine pas.

Remarque :

Le quotient d'un nombre non nul par lui-même est égal à 1 : $\frac{3,789}{3,789} = 1$.

Le quotient d'un nombre par 1 est égal à ce nombre : $\frac{98,5}{1} = 98,5$.

Le quotient de 0 par n'importe quel nombre non nul est égal à 0 : $\frac{0}{47,89} = 0$.

ATTENTION : on ne peut pas diviser par 0.

2. Les différentes écritures d'une fraction

a. Multiples et diviseurs

Propriété : L'égalité $\frac{12}{3} = 4$, c'est-à-dire $3 \times 4 = 12$ permet d'écrire que

« 12 est un multiple de 4 » (et que 12 est un multiple de 3)

ou « 12 est divisible par 4 » (et 12 divisible par 3)

ou « 4 est un diviseur de 12 » (ou 3 est un diviseur de 12).

Remarque : $\frac{12}{5} = 2,4$ mais 12 n'est pas un multiple de 5 car 2,4 n'est pas entier.

Propriété : Critères de divisibilité

Un nombre entier est divisible par 2 lorsque son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.

Un nombre entier est divisible par 5 lorsque son chiffre des unités est 0 ou 5.

Un nombre entier est divisible par 3 lorsque la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Un nombre entier est divisible par 9 lorsque la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Un nombre entier est divisible par 4 lorsque le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.

Exemple :

Le nombre 2340 est divisible par 2 et 5 car son chiffre des unités est 0.

est divisible par 3 et 9 car $2+3+4+0=9$ et 9 est divisible par 3 et 9.

est divisible par 4 car 40 est divisible par 4.

b. Propriété des fractions

Propriété : La valeur d'une fraction ne change pas si l'on multiplie ou l'on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

Propriété : C'est-à-dire $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$ ou $\frac{a}{b} = \frac{a:k}{b:k}$.

$$\text{Exemple : } \frac{4,9}{0,7} = \frac{4,9 \times 10}{0,7 \times 10} = \frac{49}{7} = 49:7 = 7$$
$$\frac{20}{2340} = \frac{20:4}{2340:4} = \frac{5}{585}$$

c. Simplification de fractions

Définition : **Simplifier une fraction**, c'est trouver une fraction égale ayant un numérateur et un dénominateur plus petits. On cherche à obtenir une fraction la plus simple possible.
Lorsqu'on ne peut plus simplifier la fraction, on dit que cette fraction est **irréductible**.

$$\text{Exemple : } \frac{20}{2340} = \frac{5}{585} = \frac{5 \div 5}{585 \div 5} = \frac{1}{117}$$

d. Application à la division de deux nombres décimaux

Pour diviser deux nombres décimaux, on doit rendre entier le diviseur. Pour cela, on le multiplie par 10, 100, 1000 ..., mais on doit donc aussi multiplier son dividende par 10, 100, 1000, ...

$$\text{Exemple : } \frac{0,15}{0,5} = \frac{0,15 \times 10}{0,5 \times 10} = \frac{1,5}{5} = 0,3 \text{ d'après la division euclidienne ci-contre.}$$