

## Exercice d'application : Images et antécédents

**58** Parmi les fonctions suivantes, indiquez celles pour lesquelles l'image de 0 est 3, puis celles pour lesquelles un antécédent de 5 est 1.

a)  $f_1 : x \mapsto 2x + 3$

b)  $f_2 : x \mapsto 2x^2 - x + 3$

c)  $f_3 : x \mapsto \sqrt{22x + 3}$

d)  $f_4 : x \mapsto \frac{20}{x + 3}$

- a.  $f_1(0) = 2 \times 0 + 3 = 3$   
 $f_1(1) = 2 \times 1 + 3 = 5$
- b.  $f_2(0) = 2 \times 0^2 - 0 + 3 = 3$   
 $f_2(1) = 2 \times 1^2 - 1 + 3 = 4 \neq 5$
- c.  $f_3(0) = \sqrt{22 \times 0 + 3} = \sqrt{3} \neq 3$   
 $f_3(1) = \sqrt{22 \times 1 + 3} = \sqrt{25} = 5$
- d.  $f_4(0) = \frac{20}{0+3} = \frac{20}{3} \neq 3$   
 $f_4(1) = \frac{20}{1+3} = \frac{20}{4} = 5$

## Ensemble de définition

### 63 Ensemble de définition

1. a) Résolvez l'équation  $8x - 4 = 0$ .

b) Résolvez l'inéquation  $8x - 4 \geq 0$ .

2. Parfois, on ne précise pas l'ensemble de définition d'une fonction  $g$ . Dans ce cas, on convient que l'ensemble de définition de  $g$  est l'ensemble des nombres  $x$  pour lesquels  $g(x)$  existe.

Déduisez de la question 1. l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes.

a)  $g : x \mapsto \frac{1}{8x - 4}$

b)  $h : x \mapsto \sqrt{8x - 4}$

1.

- a.  $8x - 4 = 0 \Leftrightarrow 8x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{8} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ .
- b.  $8x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow 8x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq \frac{4}{8} \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$ .

2.

- a. On n'a pas le droit de diviser par 0, donc la fonction  $g$  est définie pour tout réel  $x$  où  $8x - 4$  ne s'annule pas 0. Le domaine de définition de  $g$  noté  $D_g$  est l'ensemble :

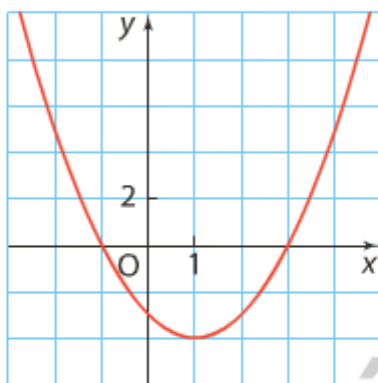
$$D_g = ]-\infty; \frac{1}{2}[ \cup ]\frac{1}{2}; +\infty[.$$

- b. On ne connaît pas la racine d'un nombre négatif, donc la fonction  $h$  est définie pour tout réel  $x$  vérifiant  $8x - 4$  est positif ou nul ( $8x - 4 \geq 0$ ). Le domaine de définition de la fonction  $h$  noté  $D_h$  est l'ensemble :

$$D_h = \left[ \frac{1}{2} ; +\infty \right[.$$

### Image antécédents et domaine de définition

**65**  $k$  est la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $k(x) = x^2 - 2x - 3$ . La courbe représentative de la fonction  $k$  est donnée ci-dessous.



**1. a)** Déterminez graphiquement les antécédents de zéro.

**b)** Confirmez par le calcul que les valeurs trouvées à la question **1. a)** sont exactes.

**2.** Résolvez graphiquement l'inéquation  $k(x) \geq 0$ .

**3.** Déduisez des questions précédentes l'ensemble de définition de la fonction  $f: x \mapsto \sqrt{x^2 - 2x - 3}$ .

1.

- Les antécédents de 0 sont les solutions de l'équation  $f(x) = 0$ , graphiquement on détermine qu'il sont :  $x = -1$  ou  $x = 3$ .
- Vérifions par le calcul  $f(-1) = (-1)^2 - 2 \times (-1) - 3 = 1 + 2 - 3 = 0$  et  $f(3) = 3^2 - 2 \times 3 - 3 = 9 - 6 - 3 = 0$ .

2. Graphiquement l'inéquation  $k(x) \geq 0$  est vérifié lorsque la courbe représentative de  $f$  est au dessus l'axe des abscisses. L'ensemble des solutions est :

$$S = ]-\infty ; -1] \cup [3 ; +\infty[.$$

3. Comme la racine n'est définie que pour des nombres positifs ou nuls, on déduit que le domaine de définition de la fonction  $f$  noté  $D_f$  est l'ensemble  $S$  obtenu lors de la question 2.

$$D_f = S = ]-\infty ; -1] \cup [3 ; +\infty[.$$