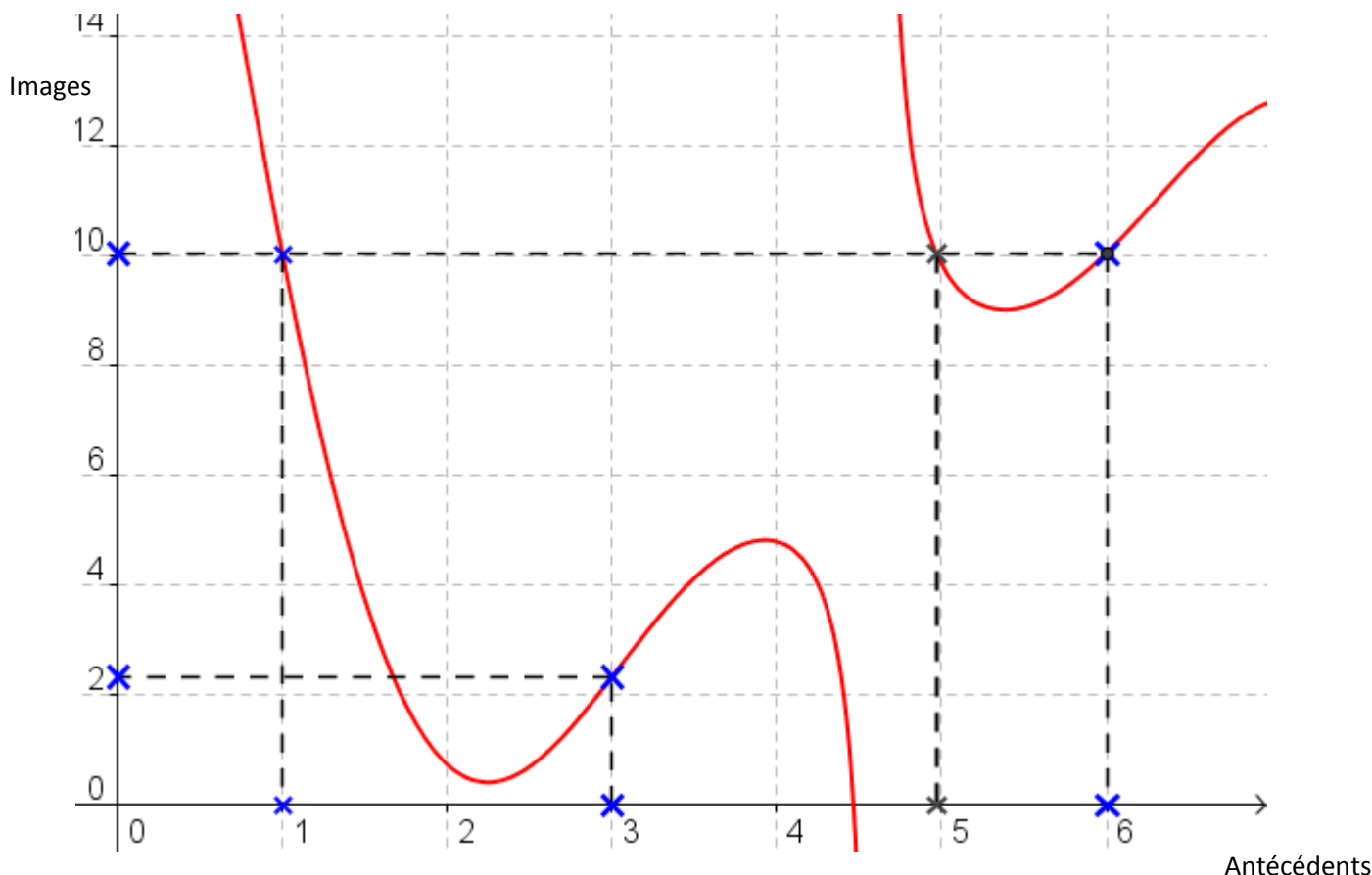


# I. Images et antécédents

## a. Lecture graphique d'images et antécédents



Sur la représentation graphique de cette fonction : on lit que :

- l'image de 3 est environs 2,5
- les antécédents de 10 sont 1, 5 et 6

Remarque : déterminer les antécédents de 10 revient à trouver pour quelle valeur de  $x$  la courbe représentative de  $f$  coupe la droite d'équation  $y = 10$ .

## b. Variation et tableau de variation

Lorsqu'on a l'expression algébrique d'une fonction  $f(x) = 2x - 4$  par exemple,

- on calcul directement l'image de 4 (par exemple) en faisant  $f(4) = 2 \times 4 - 4 = 8 - 4 = 4$ .
- on détermine les antécédents de 5 (par exemple) en résolvant l'équation

$$f(x) = 5 \quad \Leftrightarrow \quad 2x - 4 = 5 \Leftrightarrow 2x = 5 + 4 \Leftrightarrow 2x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{2} \Leftrightarrow x = 4,5.$$

se signe représente l'équivalence  
entre les deux égalités

## II. Fonction affine et linéaire.

**Définition** : On appelle fonction linéaire toutes fonctions de la forme  $f(x) = ax$ .  
 $a$  est le coefficient directeur de la droite, il représente les variations de cette fonction.

Remarques :

- une fonction linéaire représente une relation de proportionnalité
- une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère (en effet  $f(0) = 0$ ).

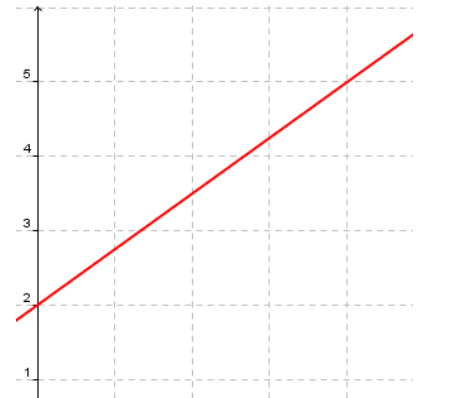
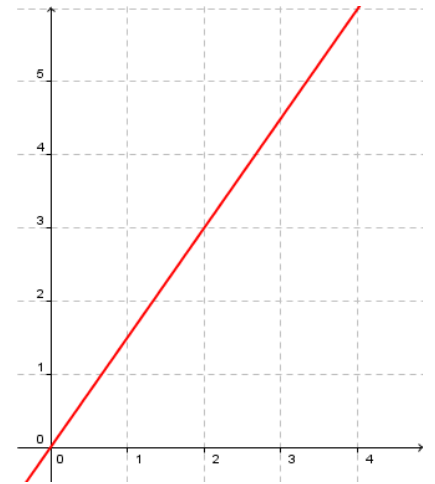
Dans le représentation graphique ci-contre,  $f(x) = 1,5x$ .

**Définition** : On appelle fonction affine toutes fonction de la forme  $f(x) = ax + b$ .  
 $b$  est l'ordonnée à l'origine c'est l'image de 0 par la fonction  $f$ . (c'est-à-dire  $f(0) = b$ ).

Remarque :

- une fonction affine ne représente pas une relation de proportionnalité.
- une fonction affine est une droite qui ne passe pas par l'origine du repère (en effet  $f(0) = b$ ).

Dans la représentation graphique ci-contre,  $f(x) = \frac{3}{4}x + 2$ .



## III. Variation d'une fonction

### a. Variation et tableau de variation

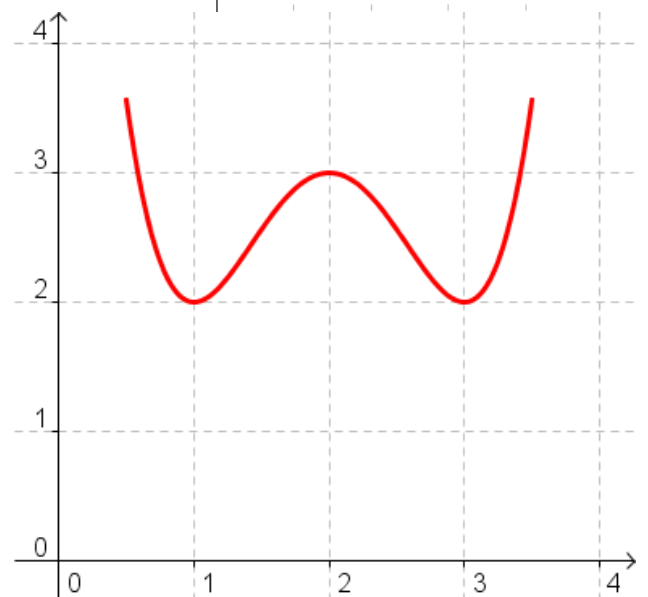
On représente les variations d'une fonction dans un tableau de variation.

Exemple :

Le tableau de variation de cette fonction sur l'intervalle  $[0,5 ; 4,5]$  est :

$x$	0.5	1	2	3	4.5
$f(x)$	3.5	2	3	2	3.5

Remarque : dans un tableau de variation on ne représente que les maximums et les minimums d'une fonction.



### b. Variation des fonctions affines et linéaires

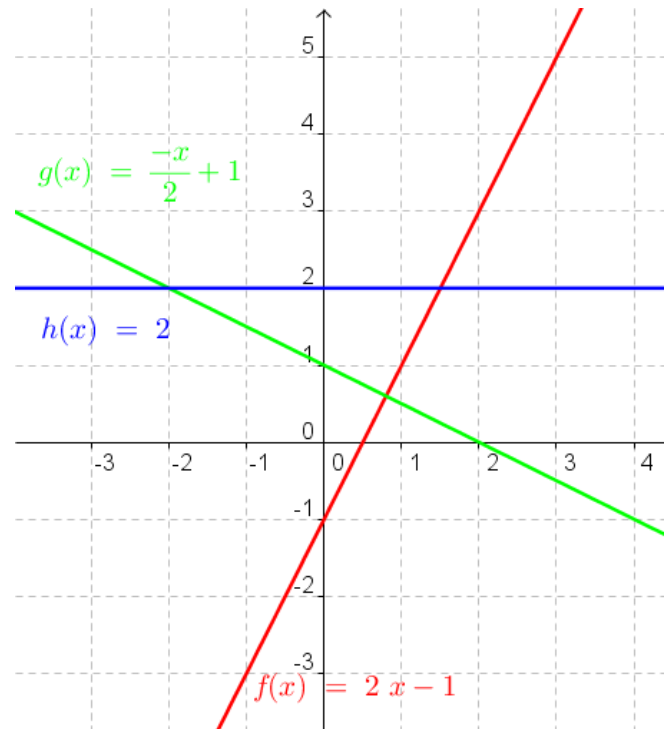
**Propriété :**

Le coefficient directeur d'une fonction affine ou linéaire est positif ( $a > 0$ ), si et seulement si la fonction est croissante.

Le coefficient directeur d'une fonction affine ou linéaire est négatif ( $a < 0$ ), si et seulement si la fonction est décroissante.

Le coefficient directeur d'une fonction affine ou linéaire est nul ( $a = 0$ ), si et seulement si la fonction est constante.

Exemples : Pour tout réel  $x$ , on définit les fonctions  $f, g$ , et  $h$  par :  $f(x) = 2x - 1$  ;  $g(x) = -\frac{1}{2}x + 1$  et  $h(x) = 2$ .



**Propriété :** Règle du signe de  $ax + b$

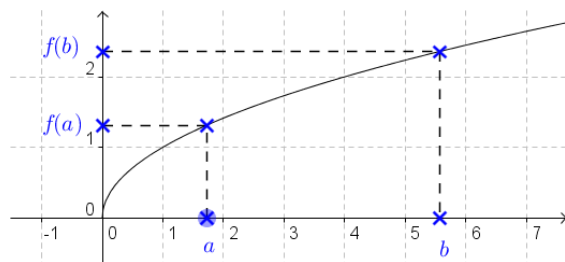
$a > 0$	$x$	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
	$ax + b$	-	0	+
$a < 0$	$x$	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
	$ax + b$	+	0	-

**c. Variation d'une fonction quelconque**

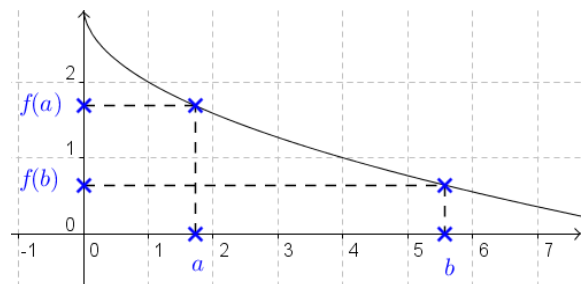
**Définition :** Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  et pour tous  $a$  et  $b$  deux réels de  $I$  tel que  $a < b$  :

- $f(a) < f(b)$ , on dit que la fonction  $f$  est **croissante**.
- $f(a) > f(b)$ , on dit que la fonction  $f$  est **décroissante**.
- $f(a) = f(b)$ , on dit que la fonction  $f$  est **constante**.

En résumé : Pour tous réels  $a$  et  $b$  de  $I$  tel que  $a < b$  :



$f$  croissante  $f(a) < f(b)$



$f$  décroissante  $f(a) > f(b)$

**d. Maximum et minimum**

**Définition :** Soient  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  et  $a$  un nombre réel de  $I$  ( $a \in I$ ) :

- $f(a)$  est un **maximum** de  $f$  sur  $I$  signifie que pour tout réel  $x$  de  $I$  :  
$$f(x) \leq f(a)$$
- $f(a)$  est un **minimum** de  $f$  sur  $I$  signifie que pour tout réel  $x$  de  $I$  :  
$$f(a) \leq f(x).$$

On dit que  $f(a)$  est un **extremum** de  $f$  sur  $I$  lorsque  $f(a)$  est un maximum ou un minimum.

## IV. Fonctions de référence

### a. La fonction $x \mapsto x^2$

**Définition** : La fonction définie sur  $\mathbb{R}$ , qui à tout réel  $x$  associe son carré  $x^2$  est appelée fonction carré.

#### i. Sens de variation de la fonction carré

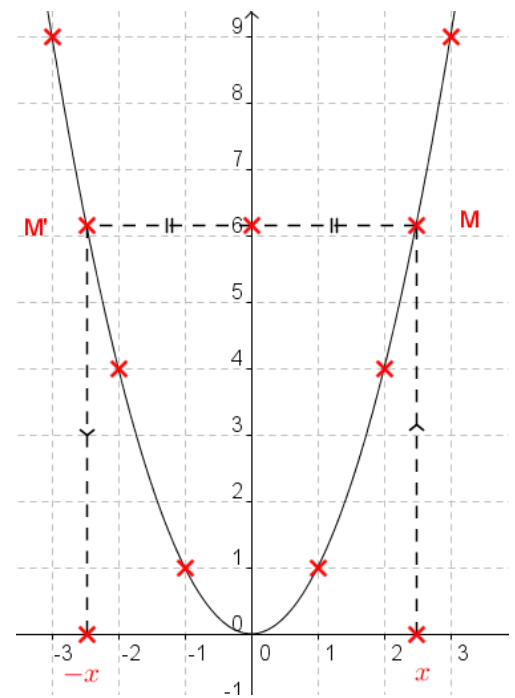
**Propriété** : La fonction  $f: x \mapsto x^2$  est décroissante sur  $] -\infty ; 0]$  et croissante sur  $[0 ; +\infty[$

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$			

#### ii. Représentation graphique de la fonction carré

**Définition** : Dans un repère orthogonal d'origine  $O$ , la représentation graphique de la fonction carré est appelée parabole de sommet  $O$ .

**Propriété** : Dans un repère orthogonal, la parabole  $\mathcal{P}$  représentant la fonction carré est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.



### b. Fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$

**Définition** : La fonction définie sur  $\mathbb{R}^*$ , qui à tout réel  $x$  associe son inverse  $\frac{1}{x}$  est appelée fonction inverse.

#### i. Sens de variation de la fonction inverse

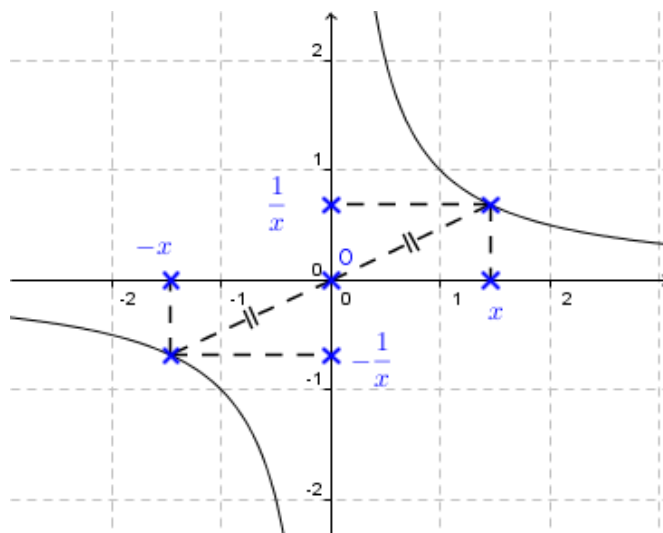
**Propriété** : La fonction  $f: x \mapsto \frac{1}{x}$  est décroissante sur  $] -\infty ; 0[$  et croissante sur  $]0 ; +\infty[$

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$			

#### ii. Sens de variation de la fonction inverse

**Définition** : Dans un repère, la représentation graphique de la fonction inverse est appelée hyperbole.

**Propriété** : Dans un repère d'origine  $O$ , l'hyperbole  $\mathcal{H}$  représentant la fonction inverse est symétrique par rapport à  $O$ .



## V. Fonction polynômes de degré 2.

**Définition** : On appelle fonction polynômes du second degré, ou trinôme, toute fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax^2 + bx + c$  où  $a, b$  et  $c$  sont trois nombres connus, et  $a \neq 0$ .

Exemples :

$$f(x) = -6x^2 + 2x \quad (a = -6, b = 2 \text{ et } c = 0)$$

$$g(x) = 2(x + 1)(x - 2) \text{ est un trinôme du second degré.}$$