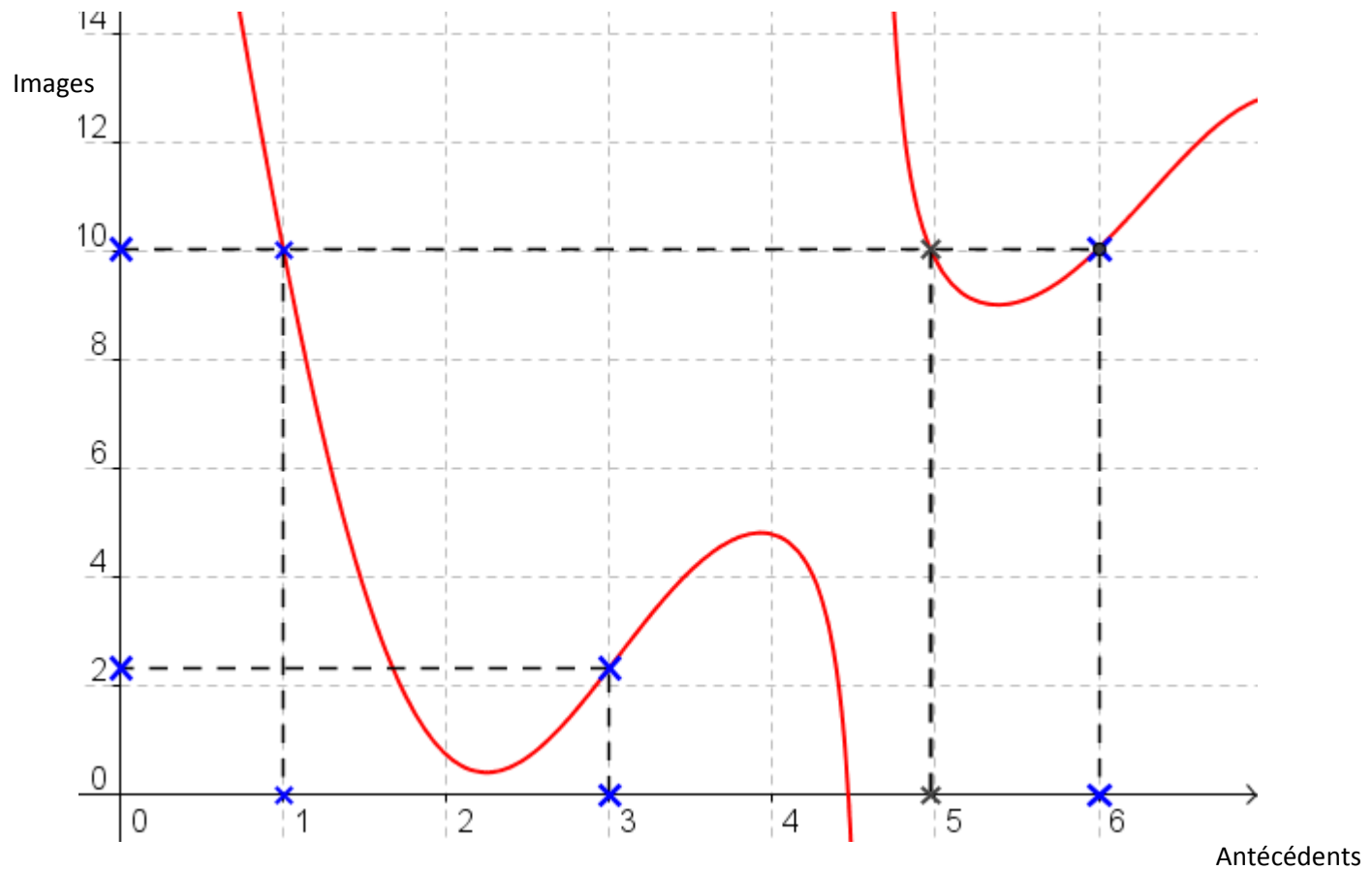


I. Images et antécédents

a. Lecture graphique d'images et antécédents



Sur la représentation graphique de cette fonction : on lit que :

- l'image de 3 est environs 2,5
- les antécédents de 10 sont 1, 5 et 6

Remarque : déterminer les antécédents de 10 revient à trouver pour quelle valeur de x la courbe représentative de f coupe la droite d'équation $y = 10$.

b. Variation et tableau de variation

Lorsqu'on a l'expression algébrique d'une fonction $f(x) = 2x - 4$ par exemple,

- on calcul directement l'image de 4 (par exemple) en faisant $f(4) = 2 \times 4 - 4 = 8 - 4 = 4$.
- on détermine les antécédents de 5 (par exemple) en résolvant l'équation

$$f(x) = 5 \quad \Leftrightarrow \quad 2x - 4 = 5 \Leftrightarrow 2x = 5 + 4 \Leftrightarrow 2x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{2} \Leftrightarrow x = 4,5.$$

se signe représente l'équivalence
entre les deux égalités

II. Fonction affine et linéaire.

Définition : On appelle fonction linéaire toutes fonctions de la forme $f(x) = ax$.
 a est le coefficient directeur de la droite, il représente les variations de cette fonction.

Remarques :

- une fonction linéaire représente une relation de proportionnalité
- une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère (en effet $f(0) = 0$).

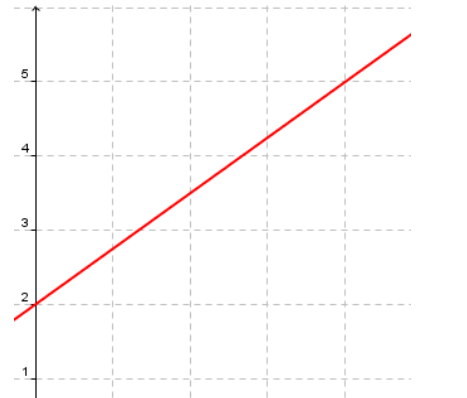
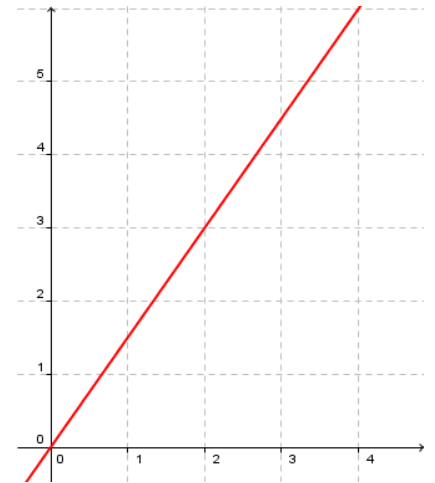
Dans le représentation graphique ci-contre, $f(x) = 1,5x$.

Définition : On appelle fonction affine toutes fonction de la forme $f(x) = ax + b$.
 b est l'ordonnée à l'origine c'est l'image de 0 par la fonction f . (c'est-à-dire $f(0) = b$).

Remarque :

- une fonction affine ne représente pas une relation de proportionnalité.
- une fonction affine est une droite qui ne passe pas par l'origine du repère (en effet $f(0) = b$).

Dans la représentation graphique ci-contre, $f(x) = \frac{3}{4}x + 2$.



III. Variation d'une fonction

a. Variation et tableau de variation

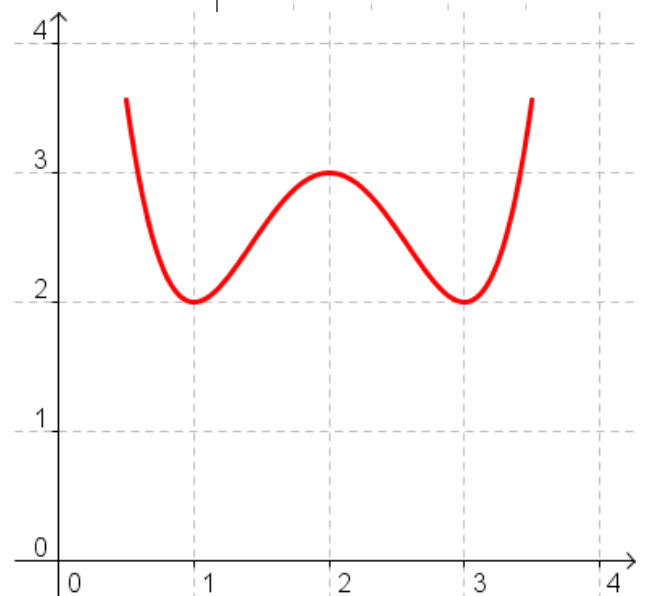
On représente les variations d'une fonction dans un tableau de variation.

Exemple :

Le tableau de variation de cette fonction sur l'intervalle $[0,5 ; 4,5]$ est :

x	0.5	1	2	3	4.5
$f(x)$	3.5		3		3.5
		↘	↗	↘	↗
		2		2	

Remarque : dans un tableau de variation on ne représente que les maximums et les minimums d'une fonction.



b. Variation des fonctions affines et linéaires

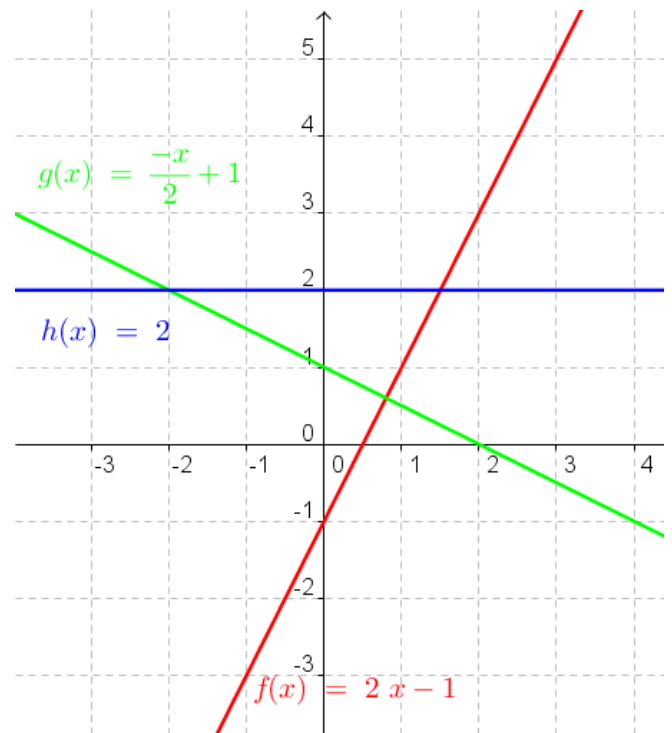
Propriété :

Le coefficient directeur d'une fonction affine ou linéaire est positif ($a > 0$), si et seulement si la fonction est croissante.

Le coefficient directeur d'une fonction affine ou linéaire est négatif ($a < 0$), si et seulement si la fonction est décroissante.

Le coefficient directeur d'une fonction affine ou linéaire est nul ($a = 0$), si et seulement si la fonction est constante.

Exemples : Pour tout réel x , on définit les fonctions f, g , et h par : $f(x) = 2x - 1$; $g(x) = -\frac{1}{2}x + 1$ et $h(x) = 2$.



Propriété : Règle du signe de $ax + b$

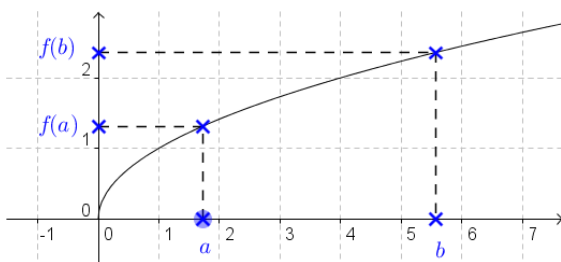
$a > 0$	x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
	$ax + b$	-	0	+
$a < 0$	x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
	$ax + b$	+	0	-

c. Variation d'une fonction quelconque

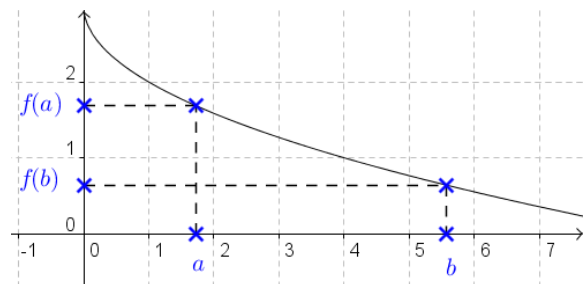
Définition : Soit f une fonction définie sur un intervalle I de \mathbb{R} et pour tous a et b deux réels de I tel que $a < b$:

- $f(a) < f(b)$, on dit que la fonction f est **croissante**.
- $f(a) > f(b)$, on dit que la fonction f est **décroissante**.
- $f(a) = f(b)$, on dit que la fonction f est **constante**.

En résumé : Pour tous réels a et b de I tel que $a < b$:



f croissante $f(a) < f(b)$



f décroissante $f(a) > f(b)$

d. Maximum et minimum

Définition : Soient f une fonction définie sur un intervalle I de \mathbb{R} et a un nombre réel de I ($a \in I$) :

- $f(a)$ est un **maximum** de f sur I signifie que pour tout réel x de I :
$$f(x) \leq f(a)$$
- $f(a)$ est un **minimum** de f sur I signifie que pour tout réel x de I :
$$f(a) \leq f(x).$$

On dit que $f(a)$ est un **extremum** de f sur I lorsque $f(a)$ est un maximum ou un minimum.