## [C:\Users\Bzz\Desktop\01-01-2013 19-44-10.png](http://math.baudon.free.fr/content/seconde/04%20Fonction/Feuille%20pb%20ex/pb1.ggb)🏳 Problème n° 1 : Yin et Yang

Sur un diamètre [AB] d’un cercle de rayon 4 cm, on marque un point M. On désigne par 2*x*, avec , la longueur de AM.

On trace deux demi-cercles de part et d’autre de (AB), de diamètre [AM] pour l’un et [BM] pour l’autre.

Exprimer l’aire de la partie hachurée et déterminer pour quelle valeur de *x* cette aire est minimum.

☞ L’énoncé nous choisit ici la variable dans l’intervalle représentant le rayon du premier demi-cercle de diamètre, il s’agit ici d’étudier l’aire des deux demi-cercles (l’aire rouge sur la figure).

Figure - [Fichier Géogébra disponible](http://math.baudon.free.fr/content/seconde/04%20Fonction/Feuille%20pb%20ex/pb1.ggb)

* Aire du demi-cercle de diamètre  :   
  On divise par deux pour obtenir l’aire du demi-cercle.
* Aire du demi-cercle de diamètre .  
  Tout d’abors il nous faut déterminer le rayon de ce demi-cercle :

L’aire de la partie rouge qui nous intéresse est la somme des deux aires précédentes :

Ceci est l’équation d’un fonction polynômes du second degré. Son premier coefficient est , strictement positif.   
Donc la parabole représentant cette fonction est tournée vers le haut ; la fonction admet donc un minimum.Le problème est ramené à chercher le minimum de cette fonction. Qui est atteint pour la même valeur de que le minimum de la fonction défint également sur par :  
Dans le cas de cette fonction, on détermine et .  
Le minimum est atteint lorsque .  
Et l’aire minimum vaut : .  
✇[Animation](http://math.baudon.free.fr/content/seconde/04%20Fonction/Feuille%20pb%20ex/pb1.php) le point E a pour abscisse la valeur du curseur et pour ordonnée l’aire de la surface rouge des deux demi-cercles.

## [C:\Users\Bzz\Desktop\02-01-2013 19-25-09.jpg](http://math.baudon.free.fr/content/seconde/04%20Fonction/Feuille%20pb%20ex/pb2.ggb)🏳 Problème n° 2 : Triangle et rectangle

est un triangle rectangle isocèle en tel que : . M est un point du segment tel que *,*

Soient et tels que le quadrilatère *AMNP* soit un rectangle.

Pour quelle valeur de l’aire du rectangle est maximale ?

☞Pour pouvoir calculer l’aire du rectangle , il nous faut la longueur du segment qui est égale à la longueur du segment .

Figure 2 Fichier [Géogébra disponible](http://math.baudon.free.fr/content/seconde/04%20Fonction/Feuille%20pb%20ex/pb2.ggb)

Il faut tout d’abord justifier que les triangles et sont rectangles isocèles en et  : en effet

* Ils sont tous deux rectangles par construction du rectangle
* et isocèles car les angles et valent parce que le triangle est rectangle isocèle en .

Ensuite, la variable est définie dans l’intervalle .  
Il s’agit ici d’étudier l’aire du rectangle et d’en trouver son maximum.  
Rappel : L’aire d’un rectangle est donnée par longueurlargeur (ici )  
La longueur d’après les choix de l’énoncé.  
Calculons la longueur  : .  
Donc l’aire du rectangle est donnée par la fonction définie sur par :

Cette fonction est un polynôme du second degré de coefficients :   
Le premier coefficient est strictement négatif, donc la parabole représentant cette fonction est tourné vers le bas. Elle admet un maximum atteint lorsque :

L’aire du triangle est maximale lorsque , c’est-à-dire lorsque le point est au milieu du segment .  
L’aire maximale ce calcul alors en faisant : .

[Animation](http://math.baudon.free.fr/content/seconde/04%20Fonction/Feuille%20pb%20ex/pb2.php): le point D a pour abscisse la valeur du curseur qui se déplace et en ordonnée l’aire du rectangle .