

### FONCTIONS : Consommation d'essence

- A. La consommation d'essence  $C$  d'un véhicule peut s'exprimer en fonction de la vitesse  $v$  sous la forme :

$$C(v) = av + \frac{b}{v}$$

,  $v$  en km/h et  $C$  en L

Deux essais ont donné les résultats suivants :

$v$	100	80
$C$	7,5	6,675

1. Ecrire le système à deux équations deux inconnues permettant de déterminer  $a$  et

$$b \text{ et montrer qu'il est équivalent à : } \begin{cases} 750 = 10\,000a + b \\ 534 = 6\,400a + b \end{cases}.$$

2. Résoudre ce système et déterminer  $a$  et  $b$ .

- B. Dans la suite du problème on admet que la consommation d'essence  $C$  est définie par la fonction :

$$c(v) = 0,06v + \frac{150}{v}$$

1. Tracer la représentation graphique de la fonction  $C$  sur l'intervalle  $[20 ; 130]$ .  
2. A partir de cette représentation dresser le tableau de variation de la fonction  $C$ .  
3. A l'aide de cette représentation compléter le tableau ci-dessous :

$v$ (km/h)	20	30		50			120	130	
$C$ (L)			6		6,5	7			10

4. A quelle vitesse faut-il rouler pour que la consommation soit minimale ; quelle est cette consommation ?

## PROBABILITE

### Biologie

Des étudiants en agronomie procèdent au croisement de deux variétés de pois, l'une ayant des graines jaunes et lisses, l'autre des graines vertes et ridées.

En première génération, appelée F1, les graines obtenues sont toutes semblables entre elles, elles sont jaunes et lisses.

Les étudiants croisent alors entre eux les individus de la génération F1, pour obtenir la génération F2.

L'observation de 5431 graines issues de la génération F2 montre que :

- 4 069 graines sont jaunes dont 3 057 lisses ;
- 341 graines sont vertes et ridées.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

	graines jaunes	graines vertes	Total
graines lisses			
graines ridées			
Total			5 341

2. On tire au hasard une graine parmi les 5 431 de cet échantillon, tous les tirages étant équiprobables. Calculer la probabilité des événements suivants : A : « La graine est jaune » ; B : « La graine est lisse ».

3. On considère les événements suivants :  $A \cap B$  ;  $A \cup B$  ;  $\bar{A}$  et  $\bar{A} \cap \bar{B}$  où  $\bar{A}$  et  $\bar{B}$  désignent les événements contraires respectifs de A et B.

Définir chacun de ces événements par une phrase, puis calculer leur probabilité.

4. On prend, au hasard, une graine jaune. Quelle est la probabilité de l'événement C « la graine est ridée » ?

## Loterie

Une roue de loterie munie d'un index fixe est divisée en secteurs de mêmes dimensions et de différentes couleurs. Le jeu consiste à miser 5 euros, à faire tourner la roue et à noter la couleur du secteur désigné par l'index à l'arrêt de la roue. On admet que chaque secteur a la même probabilité d'apparaître. La roue comporte :

- $n$  secteurs rouges qui font perdre la mise (gain du joueur :  $-5$  €) ;
- 6 bleus où l'on reçoit 5 € (gain du joueur nul) ;
- 3 verts où l'on reçoit 20 €;
- 1 jaune où l'on reçoit 100 €.

1. Dans cette question, la roue comporte 14 secteurs rouges ( $n = 14$ ).

- a. Déterminer les gains possibles (positifs ou négatifs) du joueur.
- b. Calculer la moyenne des gains et interpréter ce résultat.

2. Dans cette question, la roue comporte  $n$  secteurs rouges et son propriétaire désire gagner en moyenne au moins 15% des sommes mises.

- a. Montrer que le gain moyen d'un joueur est :  $\frac{-5n+140}{n+10}$ .
- b. Déterminer le nombre minimum  $n$  de secteurs rouges que doit comporter la roue pour que le propriétaire soit content.

## Bibliothèque

Une municipalité décide de regrouper tous les ouvrages de trois petites bibliothèques de quartier en un même lieu et de créer une bibliothèque municipale. On convient de noter  $b_1$ ,  $b_2$  et  $b_3$  ces trois bibliothèques de quartier.

Le stock de  $b_1$  constituera ainsi 50 % de l'ensemble des ouvrages réunis dans la bibliothèque municipale, celui de  $b_2$  constituera 30 % de cet ensemble et celui de  $b_3$  constituera 20 % de cet ensemble.

Un examen minutieux du stock révèle que :

- 12 % des ouvrages provenant de  $b_1$  sont en mauvais état ;
- 10 % des ouvrages provenant de  $b_2$  sont en mauvais état ;
- 15 % des ouvrages provenant de  $b_3$  sont en mauvais état.

On prélève au hasard un ouvrage dans le stock de la bibliothèque municipale et on note sa provenance et son état.

On appelle les événements suivants :

$B_1$  l'évènement : « L'ouvrage prélevé provient de la bibliothèque  $b_1$  » ;

$B_2$  l'évènement : « L'ouvrage prélevé provient de la bibliothèque  $b_2$  » ;

$B_3$  l'évènement : « L'ouvrage prélevé provient de la bibliothèque  $b_3$  » ;

$E$  l'évènement : « L'ouvrage prélevé est en bon état » et  $\bar{E}$  son contraire.

1. a. Donner la valeur de  $p(B_1)$ , probabilité de l'évènement  $B$ .

b. On sait que l'ouvrage choisi vient de  $b_1$ , quelle est la probabilité que l'ouvrage soit en bon état ?.

2. Reproduire sur la copie l'arbre de probabilité ci-contre et le compléter par les sept probabilités manquantes.

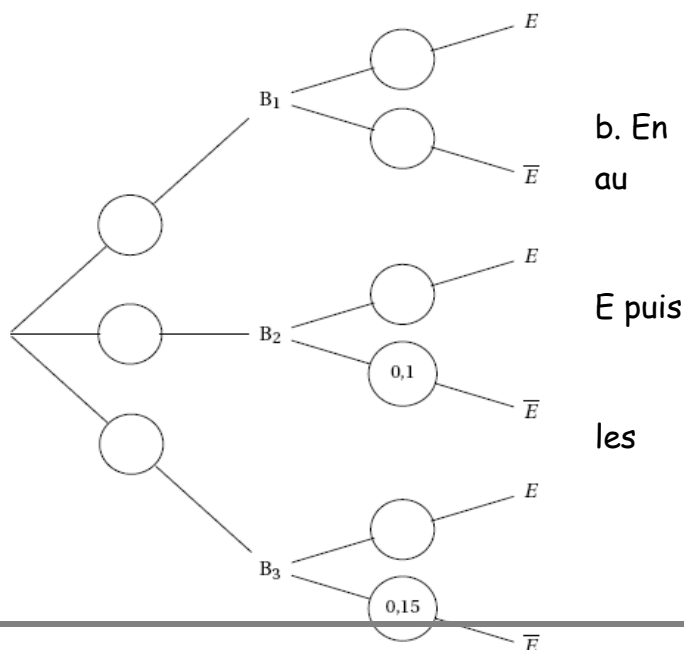
3. a. Montrer que  $p(B_1 \cap E) = 0,44$ .

Calculer  $p(B_2 \cap E)$  et  $p(B_3 \cap E)$ .

déduire que la probabilité qu'un ouvrage prélevé au hasard soit en bon état est égale à 0,88.

4. Caractériser par une phrase l'évènement  $B_1 \cup B_2$  calculer sa probabilité.

5. Je prends à la bibliothèque  $b_1$  un livre toutes semaines pendant 1 an que je rapporte consciencieusement.



- Quelle est la probabilité que je n'ai jamais choisi un livre en mauvais état ?
- Au plus un livre en mauvais état ?
- Que des livres en mauvais état ?
- Au moins un livre en mauvais état ?

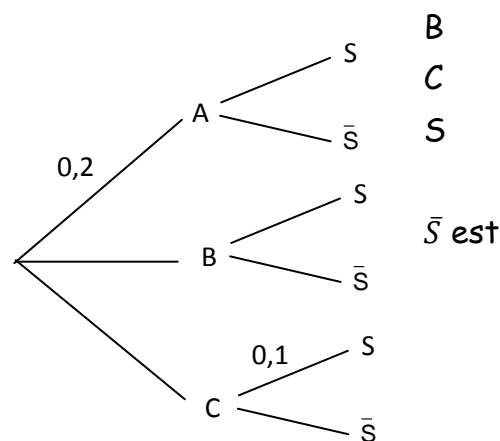
(On créera un petit programme donnant ces probabilités pour un nombre de semaines  $N$  et on l'utilisera avec  $N=52$ ).

### Médicament

Un laboratoire cherche à tester l'apparition d'éventuels effets secondaires liés à la prise d'un médicament. Pour cela, il sélectionne un échantillon de personnes en bonne santé parmi lesquelles 25 % ont entre 18 et 24 ans, 50 % ont entre 25 et 49 ans et 25 % ont 50 ans et plus. Suite à la prise de ce médicament, 9 % des personnes ayant entre 18 et 24 ans, 7 % des personnes ayant entre 25 et 49 ans et 12 % des 50 ans et plus ont vu apparaître des effets secondaires.

On choisit au hasard une personne ayant participé à ce test. On note :

- A l'évènement « la personne a entre 18 et 24 ans » ;
- l'évènement « la personne a entre 25 et 49 ans » ;
- l'évènement « la personne a 50 ans ou plus » ;
- l'évènement « la personne a vu apparaître des effets secondaires suite à la prise du médicament ».
- l'évènement contraire de  $S$ .



- Reproduire et compléter l'arbre de probabilités suivant.
- Calculer la probabilité de l'évènement  $A \cap S$ .
- Montrer que la probabilité de choisir une personne ayant vu apparaître des effets secondaires est égale à 0,0875.
- On choisit une personne n'ayant pas vu d'effets secondaires liés à la prise de ce médicament. Quelle est la probabilité qu'elle ait entre 18 et 24 ans ? On arrondira la réponse à  $10^{-4}$  près.