

Dites si chacune des propositions est vraie ou fausse. Justifiez.

1. Si $-2 \leq x \leq 2$, alors $0 \leq x^2 \leq 4$. 2. Si $x > -2$, alors $x^2 > 4$.

Méthode

1. On place -2 , 0 et 2 sur la première ligne du tableau, puis au-dessous, on place leurs carrés 4 , 0 et 4 .

On repère l'intervalle $[-2 ; 2]$ dans lequel se trouve x . Puis les valeurs prises par x^2 .

Remarque

Au lieu d'utiliser le tableau de variation, on peut utiliser de la même façon la parabole représentant la fonction carré.

- On conclut.

2. On procède de la même façon qu'à la question 1.

LOGIQUE

Pour prouver que cette proposition est fausse, il suffit de citer un nombre x tel que $x > -2$ mais tel que $x^2 \leq 4$. On dit qu'on a mis en évidence un contre-exemple.

Voir Vocabulaire de la logique → p. 258

- On conclut.

Solution

1. On utilise le tableau de variation de la fonction carré.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f(x) = x^2$		4	0	4	

Ce tableau indique que, si le nombre x est tel que $-2 \leq x \leq 2$, son carré x^2 est compris entre 0 et 4 , donc $0 \leq x^2 \leq 4$.

La proposition 1. est vraie.

2.

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f(x) = x^2$		4	0	

Le tableau indique qu'il existe des valeurs de x supérieures à -2 telles que $x^2 \leq 4$.

Par exemple, si $x = 0$, $x^2 = 0$ et donc $x > -2$ et $x^2 \leq 4$.

La proposition 2. est fausse.

Mise en pratique

23 Complétez le tableau de variation de la fonction carré, puis les inégalités indiquées.

x	$-\infty$	-7	0	$5\sqrt{2}$	$+\infty$
$f(x) = x^2$...	0	...	

1. Si $x \leq -7$, alors $x^2 \dots$
 2. Si $x \geq 5\sqrt{2}$, alors $x^2 \dots$
 3. Si $-7 \leq x \leq 5\sqrt{2}$, alors $\dots \leq x^2 \leq \dots$

24 Complétez les propositions suivantes.

1. Si $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$, alors $\dots \leq x^2 \leq \dots$
 2. Si $-2\sqrt{3} \leq x \leq 2\sqrt{3}$, alors $\dots \leq x^2 \leq \dots$
 3. Si $-0,01 < x < 0,01$, alors $\dots \leq x^2 \leq \dots$

25 Prouvez à l'aide d'un contre-exemple que les propositions sont fausses.

1. Si $x \leq 1$, alors $x^2 \leq 1$.
 2. Si $x > -\sqrt{10}$, alors $x^2 < 10$.

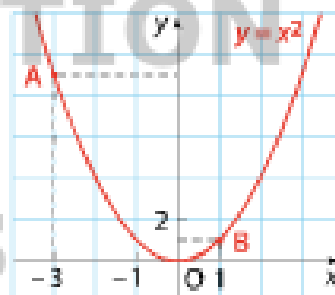
26 Vrai ou faux ?

1. Si $x < 5$, alors $x^2 < 25$.
 2. Si $x \geq 2\sqrt{7}$, alors $x^2 \geq 28$.
 3. Si $-10^3 < x < 10^3$, alors $x^2 < 10^6$.

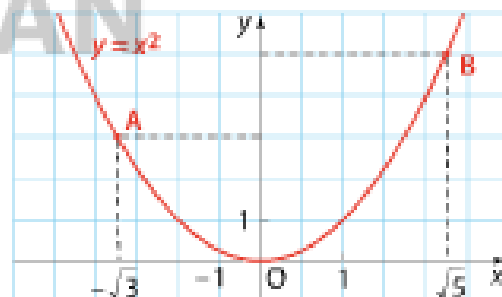
27 1. Quelles sont les ordonnées des points A et B ?

2. Utilisez le graphique pour compléter les propositions suivantes.

- a) Si $-3 < x < 0$, alors $\dots < x^2 < \dots$
 b) Si $0 < x < 1$, alors $\dots < x^2 < \dots$
 c) Si $-3 \leq x \leq 1$, alors $\dots \leq x^2 \leq \dots$



28



1. Quelles sont les ordonnées des points A et B ?
 2. Utilisez le graphique pour compléter.

- a) Si $x \leq -\sqrt{3}$, alors $x^2 \dots$
 b) Si $x \geq \sqrt{5}$, alors $x^2 \dots$
 c) Si $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{5}$, alors $\dots \leq x^2 \leq \dots$